

③ 6ª AULA

Ex 1) DETERMINE A SAÍDA A UM SISTEMA LTI COM RES-
POSTA IMPULSIONAL

$$h[n] = \alpha^n \cdot u[n]$$

COM $-1 < \alpha < 1$ E COM ENTRADA

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)$$

SINAIS E SISTEMAS

①

RESOLUÇÃO

FOLHA 0

ESTA SEMA

1) a)

$$\sum_{n=0}^N x^n$$

TER $(N+1) = N$ TER

$$\sum_{n=0}^N x^n = \sum_{n=0}^N 1 = N+1 = N$$

Para $x \neq 1$: TRATE-SE DE UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

DE RAZÃO DE CADA UM DOS TERMOS É x

CONTE LADO LADEADO:

$$S_N = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

Logo:

$$\sum_{n=0}^N \frac{1-x^{N+1}}{1-x} = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

q.e.d.

b) DE OS TERMOS:

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

$$\frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

(FORNOLA DE SOMA LATERAL)

$|x| < 1$ Logo

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

$$\sum_{n=0}^N x^n = \frac{1-x^{N+1}}{1-x}$$

$|x| < 1$

②

ii) c)

$$z^4 + 1 = 0$$

$$z = \sqrt[4]{e^{j\pi}}$$

$$z_k = e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$z_1 = e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$z^4 = -1 = 1 \cdot e^{j\pi}$$

$$z_k = \sqrt[4]{1} \cdot e^{j\frac{\pi + 2k\pi}{4}}$$

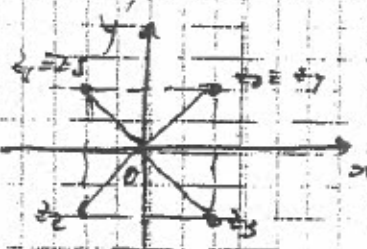
$$z_1 = e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$z_2 = e^{j\frac{3\pi}{4}}$$

$$k = 0, 1, 2, 3$$

$$z_4 = z_0 \quad z_5 = z_3$$

cuja REPRESENTAÇÃO NO PLANO COMPLEXO (ARGAND) É:



$$z = \sqrt{r} \cdot e^{j\theta} = x + jy$$

iii) DE TODAS AS RAÍZES:

$$z^4 - 1 = 0$$

$$z = 1 \cdot e^{j0}$$

$$z_k = \sqrt[4]{1} \cdot e^{j\frac{0 + 2k\pi}{4}}$$

$$k = 0, 1, 2, 3$$

$$z_0 = e^{j0} = 1$$

$$z_1 = e^{j\frac{\pi}{2}} = j$$

$$z_2 = e^{j\pi} = -1$$

$$z_3 = e^{j\frac{3\pi}{2}} = -j$$

NO PLANO COMPLEXO TEMOS:



iv)

$$z^4 + j = 0$$

$$z_k = \sqrt[4]{1}$$

$$z_0 = e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$z_1 = e^{j\frac{3\pi}{2}}$$

$$z^4 = -j = 1 \cdot e^{j\frac{3\pi}{2}}$$

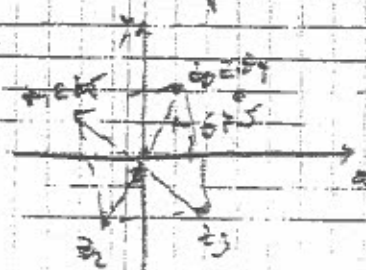
$$z_k = \sqrt[4]{1} \cdot e^{j\frac{3\pi + 2k\pi}{4}}$$

$$z_1 = e^{j\frac{7\pi}{4}}$$

$$z_2 = e^{j\frac{5\pi}{4}}$$

$$\frac{2\pi}{8} = \frac{640}{8} = 67.5^\circ$$

NO PLANO COMPLEXO TEMOS:



②

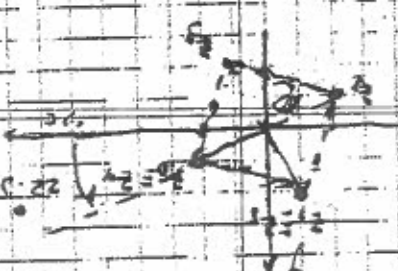
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

AS BLOQUE CONTIENE TERCER



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

FIGURA 1. A PARTIR DE LA FIGURA 1, SE PUEDE VER QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 1, ES LA MISMA QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 2.

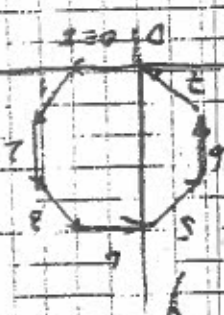


FIGURA 2. A PARTIR DE LA FIGURA 2, SE PUEDE VER QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 2, ES LA MISMA QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 1.

FIGURA 3. A PARTIR DE LA FIGURA 3, SE PUEDE VER QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 3, ES LA MISMA QUE LA DISTANCIA ENTRE LOS PUNTOS QUE SE MARCAN EN LA FIGURA 2.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(4)

$$\begin{aligned}
 b) \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^{j\omega k} &= \left(\frac{1}{2}\right)^0 e^{j\omega} + \left(\frac{1}{2}\right)^1 e^{j\omega/2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^{j\omega} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 e^{j\omega/2} + \dots \\
 &+ \left(\frac{1}{2}\right)^4 e^{j\omega/2} = \\
 &= \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \dots \right] \left[\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 - \dots \right] = \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n + \frac{1}{2} j \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \\
 &= \frac{1}{1 + 1/4} + \frac{1}{2} j \frac{1}{1 + 1/4} = \frac{4}{5} + j \frac{4}{10} = 0.8 + 0.4j
 \end{aligned}$$

c) DA ALÍNEA b) RESULTA:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) &= 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \\
 &= \operatorname{Re} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{j\omega n/2} \right] = 0.8
 \end{aligned}$$

d) CÁLCULO DE: $\int_0^{\infty} e^{-t} \cos t \, dt$

$$\begin{aligned}
 \int e^{-t} \cos t \, dt &= -e^{-t} \sin t - \int (e^{-t}) (-\sin t) \, dt = \\
 &= -e^{-t} \sin t - \int e^{-t} \sin t \, dt = \\
 &= -e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t - \int e^{-t} \cos t \, dt
 \end{aligned}$$

$$\text{Logo } 2 \int e^{-t} \cos t \, dt = -e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t + C$$

$$\int e^{-t} \cos t \, dt = \frac{-e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t}{2} + C$$

ENTÃO, FINALMENTE:

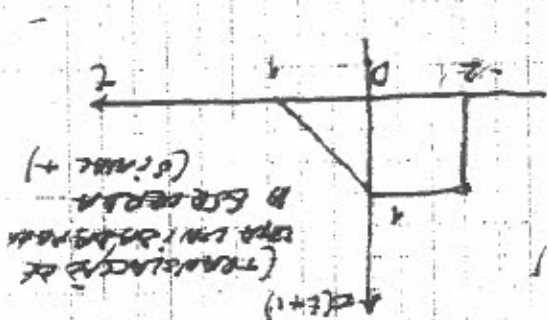
$$\begin{aligned}
 \int_0^{\infty} e^{-t} \cos t \, dt &= \frac{0}{2} - \left[\frac{-e^{-t} \sin t + e^{-t} \cos t}{2} \right]_0^{\infty} \\
 &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

SINAIS E SISTEMAS

1ª AULA

RESOLUÇÕES

①



EN 1ª LUGAR REALIZAR A TRANSFORMADA

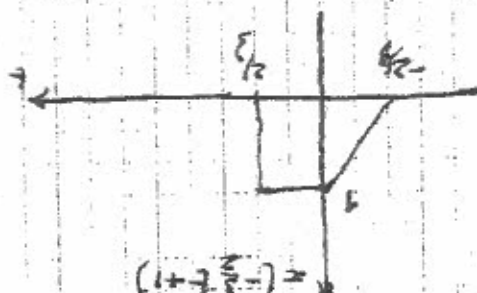
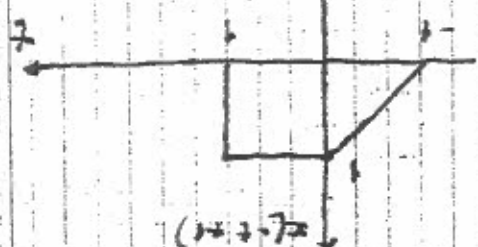
(SE REALIZAR A TRANSFORMADA DOS TEM

POIS A TRANSFORMADA DE TEMPO DE DUA

UNIDADE PARA RESOLVER AOS DE O

HEMOS). PORQUE? DE QUANTO TEMPO, TEMPO,

TRANSFORMADA PARA ESTAR CORRETO?



TEMPO EM $t = \frac{2}{3}$

(RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DOS

(SINÉTICA DE O) EM RELACIONO

Y Y'

$$x(t) = e^{j\omega t} + e^{j\omega t}$$

POSSO EM EVITAR AQUI

EM QUE $\alpha = \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$

(REGRAS ALGEBRAICAS DE 2º E 3º)

TEMOS:

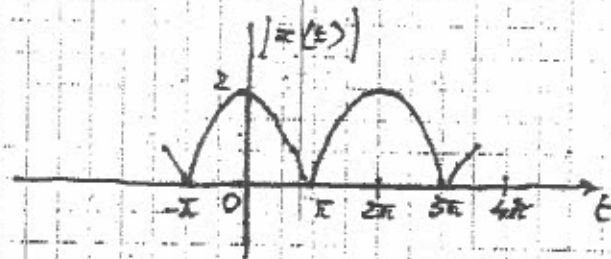
$$x(t) = e^{j\omega t} + e^{j\omega t} = 2e^{j\omega t} \cdot \cos\left(\frac{\omega}{2}t\right)$$

POIS:

$$\cos x = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$$

$$|x(t)| = 2 \left| e^{j\frac{\pi}{2}t} \right| \cdot \left| \cos\left(\frac{1}{2}t\right) \right| = 2 \left| \cos\left(\frac{1}{2}t\right) \right|$$

A FASE DE $x(t)$ VARIA LINEARMENTE COM t (DECLIVE $\frac{\pi}{2}$)
SOFRENDO DESCONTINUIDADES DE π SEMPRE QUE O COSENO
MUDA DE POSITIVO A NEGATIVO.



$$|e^{j\omega t}| = \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = 1$$

(IMPORTANTE)

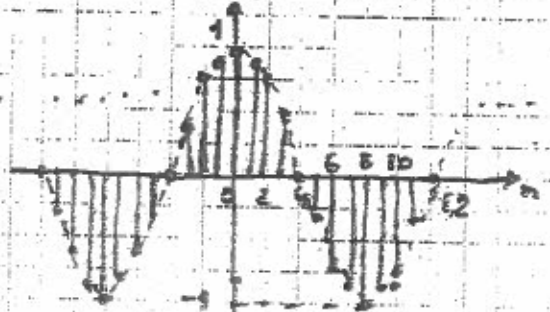
(TRATA-SE, EM ELECTRÔNICA, DA DENOMINADA RECTIFICAÇÃO DE CADA CICLO COMPLETO)

III)

$$x[n] = \cos(0.2n) = 1$$



$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{10}n\right)$$



$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{10}n\right)$$



$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{10}n\right)$$

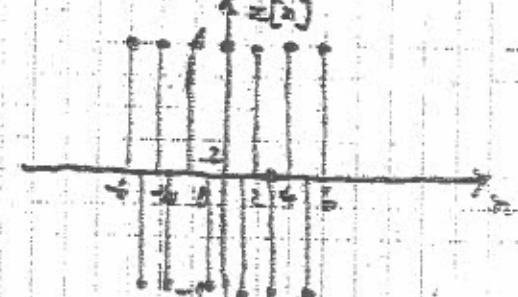


É SÓ DAR VALORES

A π E 2π (INTÉGEROS)

OS OUTROS 4 GRÁFICOS SÃO IGUAIS MAS

CONSIDERADOS POR DIFER. INVERSA
(VER OPTEVAREM)



II) COLOCAR O PERÍODO (MENOR VALOR DE N QUE CONTE

A UMA REPERIÇÃO PERÍODICA DO SINAL) SE:

$$x[n] = e^{j\left(\frac{3}{2}\pi\right)n} + e^{j\left(\frac{5}{2}\pi\right)n}$$

É NECESSÁRIO VER SE PARA TERMO 1 MENOR PERÍODO DE
 2π DO 1º SINAL $\left(e^{j\left(\frac{3}{2}\pi\right)n}\right)$ TERÁ DE SER $N_1 = 3$ E QUE
 PARA O 2º SINAL $\left(e^{j\left(\frac{5}{2}\pi\right)n}\right)$ TERÁ DE SER $N_2 = 5$ ORIENTANDO-SE
 PARA DNM 2π PARA DNM 2π $6\pi = 3\pi \cdot n$ $n = 3/2$

PARA DNM 4π $4\pi = \frac{3\pi}{2} \cdot n$ $n' = \frac{8}{3} \notin \mathbb{Z}$

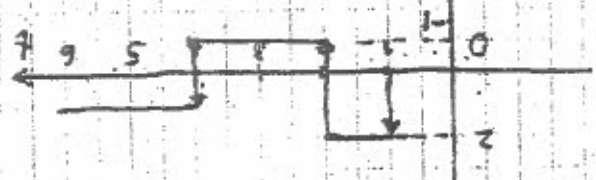
PARA DNM 6π $6\pi = \frac{5\pi}{2} \cdot n''$ $n'' = 8 \in \mathbb{Z}$

LEGO, COMO É BRIND:

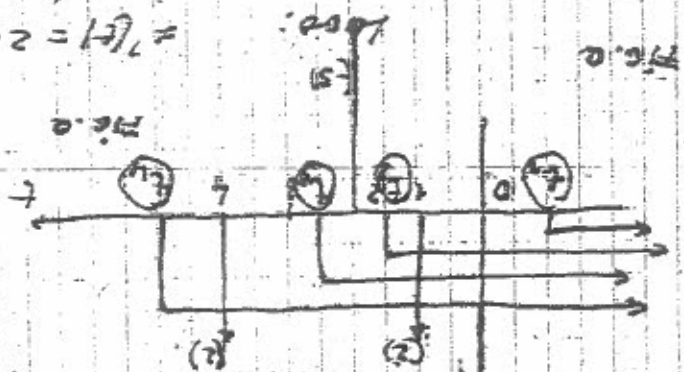
$$N = \text{m.m.c.}(3, 8) = \text{m.m.c.}(N_1, N_2) =$$

$$= 3 \times 8 = 24$$

I) $x[n]$



A DERIVADA DE UM DESCONTÍNUO
 DE FUNÇÃO DE VALOR k É CM
 DIZEM $k \cdot \delta[n - t_0]$ E ALICADO NO
 PONTO ONDE A DESCONTINUIDADE
 EXISTE. SE A DESCONTINUIDADE
 FOR > 0 $(f(t_0^+) > f(t_0^-))$ O SINAL
 TEM AMPLITUDE POSITIVA E
 VICE-VERSA.



$$f(t) = 2\delta(t-1) - 3\delta(t-2) + 2\delta(t-4)$$

②

OS 4 INTERVALOS DE INTEGRAÇÃO A CONSIDERAR ESTÃO CONSIDERADOS NA FIG. 2.

TEMOS RECONSTRUINDO A FUNÇÃO $z(t)$ INICIAL A PARTIR DA DERIVADA CALCULADA

$$z(t) = \begin{cases} \int_0^{t_1} 0 dt' = 0 & t < 1 \\ \int_0^1 0 dt' + \int_1^{t_2} 2\delta(t'-1) dt' = 2 & 1 < t_2 < 2 \\ \int_0^1 0 dt' + \int_1^2 2\delta(t'-1) dt' + \int_2^{t_3} -3\delta(t'-2) dt' = 2 - 3 = -1 & 2 < t_3 < 4 \\ \int_0^1 0 dt' + \int_1^2 2\delta(t'-1) dt' + \int_2^4 -3\delta(t'-2) dt' + \int_4^{t_4} 2\delta(t'-4) dt' = 0 + 2 - 3 + 2 = +1 & t_4 > 4 \end{cases}$$

SIGNALS E SISTEMAS

①

RESOLUÇÕES

$$I) \quad \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{t} f(t)$$

INTEGRANDO DE TIPO DISCRETO DE DURAÇÃO Δ
INSTANTE $t = n \cdot \Delta$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{x(n\Delta) - x((n-1)\Delta)}{\Delta}$$

$$\begin{aligned} n[n] &= x(n\Delta) \\ f[n] &= f(n\Delta) \end{aligned}$$

$$LDA \quad \frac{n(n\Delta) - n((n-1)\Delta)}{\Delta} + \frac{1}{\Delta} x(n\Delta) = \frac{1}{\Delta} f(n\Delta)$$

$$LADA: \quad n[n] - n[n-1] + \frac{1}{\Delta} x[n] = \frac{1}{\Delta} f[n]$$

$$n[n] \left[1 + \frac{1}{\Delta} \right] - n[n-1] = \frac{1}{\Delta} f[n]$$

$$n[n] - n[n-1] = \frac{1}{\Delta} \frac{f[n]}{1 + \frac{1}{\Delta}}$$

$$n[n] - \frac{n[n-1]}{1 + \frac{1}{\Delta}} = \frac{1}{\Delta} f[n]$$

QUE É UMA EQUAÇÃO AS DIFERENÇAS FINITAS DE 1º ORDEM, ANTILOGO À EQUAÇÃO DE TIPO DIFERENCIAL DE 1º ORDEM NA VARIÁVEL CONTÍNUA (CONTÍNUO)

$$\begin{aligned} \frac{dy(t)}{dt} + ay(t) &= by(t) \\ \text{ENTÃO CONSTATAMOS} \end{aligned}$$

[COM AS CONDIÇÕES INICIAIS SEMELHANTES]

(2)

II) i) $y[n] = 0$ NÃO É INVERTÍVEL POIS A 0 (ZERO NÃO DA INVERSA) CORRESPONDE A TODOS OS VALORES DE $n \in \mathbb{Z}$

ii) $y(t) = x^2(t)$

$z(t) = \pm \sqrt{y(t)}$ NÃO É INVERTÍVEL POIS A CADA VALOR DE $y(t)$ CORRESPONDEM, PELO MENOS, 2 VALORES DE $x(t)$ (SIMÉTRICOS).

iii)

$$y(t) = z^3(t)$$

$$z(t) = \sqrt[3]{y(t)}$$

É INVERTÍVEL SE CONSIDERARMOS APENAS AS RAÍZES REAIS DA EQUAÇÃO.

III) i)

$$y[n] = x[-n]$$

PARA PROVARMOS QUE ESTE SISTEMA NÃO É CAUSAL BASTA APRESENTAR UM EXEMPLO. NA REALIDADE:

$y[-4] = x[4]$ E, PORTANTO, A SAÍDA NO INSTANTE -4 DEPENDE DO VALOR DA ENTRADA NUM INSTANTE POSTERIOR $\rightarrow 4$ (TERIA DE ADIVINHAR O FUTURO)

ii)

$$y(t) = x(t) \cdot u(t+1)$$

NESTE CASO É IMPORTANTE DISTINGUIR ENTRE OS EFEITOS DA ENTRADA (CONTINHO EM $x(t)$) DOS DAS FORMAS DAS DAS NA DEFINIÇÃO DO SISTEMA. NESTE CASO, A FUNÇÃO CONTINHA.

PODEMOS ESCREVER:

$$y(t) = f(t) \cdot g(t)$$

ONDE $g(t)$ É UMA FUNÇÃO VALIADA NO TEMPO $g(t) = u(t)$

PORTANTO, SE O VALOR ACTUAL DA ENTRADA INCREMENTA

DIRETAMENTE O VALOR DA CORRESPONDENTE SAÍDA $y(t)$.

TRATA-SE DE UM SISTEMA CAUSAL E, PORTANTO, NÃO PODE

TER MEMÓRIA.

II) a)

$$y(t) = f \cdot x(t)$$

SE SUBSTITUÍRMOS AQUI UM SISTEMA E INSTANT, PARA

O PROBLEMA PASSA A SER O QUE COM UM SÍMBOLO DIFERENTE

DO LIGANDO COM ENTRADA (A ESCOLHA DO "ARTISTA")

A SAÍDA PODE RESTRITA ILIMITADA.

É FÁCIL ENCONTRAR TAL FUNÇÃO NESTE CASO.

O DE GRÁFICO DE RESPOSTA

$$h(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

SE PDE, POR A SAÍDA $y(t) = f \cdot x(t)$ RESULTA EM:

TODA QUANDO $t \rightarrow \infty$

$$x(t) = y(t) = f$$

ESTE SISTEMA É ESTÁVEL CASO $x(t)$ SEJA LIMITADA

NA REALIDADE, USANDO ESTE HIPÓTESE

$$|x(t)| < L$$

RESULTA:

$$|y(t)| = |f \cdot x(t)| < L \cdot |f|$$

Logo a saída é, igualmente, sempre limitada (A)

②

2) a)

$$y(t) = \cos[x(t)]$$

PARA VERIFICAR SE ESTE SISTEMA É INVARIANTE NO TEMPO BASTA OBSERVAR QUE SE A ENTRADA FOR $x_1(t)$ (ARBITRÁRIA) TEMOS:

$$y_1(t) = \cos(x_1(t))$$

FAZAMOS EM $x_1(t)$ UMA TRANSLACÃO NO TEMPO DE VALOR t_0 . OBTÉMOS:

$$x_2(t) = x_1(t - t_0)$$

A SUA SAÍDA SERÁ:

$$y_2(t) = \cos[x_2(t)] = \cos[x_1(t - t_0)]$$

EM:

$$y_1(t - t_0) = \cos[x_1(t - t_0)]$$

COMO:

$$y_2(t) = y_1(t - t_0)$$

O SISTEMA É INVARIANTE NO TEMPO.

b)

IDEIA PARA:

$$y[n] = n \cdot x[n]$$

SE QUISERMOS PROVAR QUE UM SISTEMA NÃO É INVARIANTE NO TEMPO BASTA ENCONTRAR UMA ENTRADA PARA A QUAL A SAÍDA NÃO OBEDECE ÀS PROPRIEDADES CONSIDERADAS EM a) (DEFINIÇÃO DE SISTEMA INVARIANTE NO TEMPO) - USO DE UM CONTRA-EXEMPLO.

NESTE CASO SE CONSIDERARMOS QUE A ENTRADA É $x[n] = 0$ NÃO CONSEGUIMOS DETERMINAR A SAÍDA CORRESPONDENTE SEM CONHECERMOS O TEMPO n EM QUE ESTE VALOR DIFERENTE DA ENTRADA OCORRERÁ.

⑤

CONDIÇÕES: ENTRADA, UM SINAL DE ENTRADA DA FORMA:

$$x_1[n] = \delta[n]$$

QUE COMO, PRA CONDIÇÃO INICIAL DE DO ZERO, A

UMA SÓLITA:

$$n \cdot \delta[n] = 0 \cdot \delta[n] = 0$$

CONDIÇÃO, A UMA ENTRADA $x_2[n] = \delta[n - n_0]$ (com $n_0 \neq 0$)

CONDIÇÃO, A OUTRA SÓLITA:

$$y_2[n] = n \cdot \delta[n - n_0] = n_0 \delta[n - n_0]$$

Logo:

Logo, temos $x_2[n]$ seja uma TRANSMISSÃO DO TIPO DE

n_0 DE $x_1[n]$, $y_2[n]$ NÃO É UMA TRANSMISSÃO DE

UM VALOR DE $y_1[n]$ (não é)

c) $y(t) = x(2t)$ ESTÁO DA SUA INVERSÃO DE TEMPO

ESTE EXEMPLO (4.10) UM POUQUINHO DEBILITADO NA FORMA

ASO RESPOSTA

(EXERCÍCIO-FORMA) DE VÍDEO QUE TRANSMITE E COME

UMA LOU EXEMPLO DE SEGUNDA NÃO PODEREM REALIZ

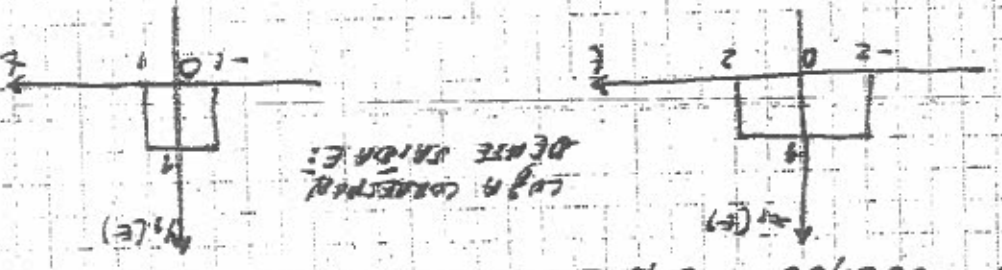
UMA POR UMA ORDEM ADITIVA (EXEMPLO DE COL

GRUPO O VALOR DA TRANSMISSÃO A RECEBER)

PRIMA PARTE DESTE SISTEMA NÃO É INVERTE O SINAL

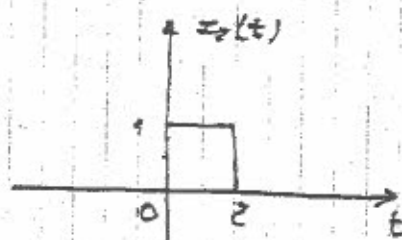
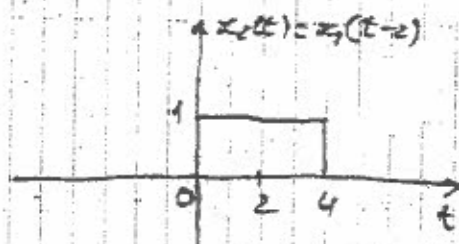
PO USAMOS COMO ENTRADA O SINAL:

Logo, a CONDIÇÃO DESTE SINAL É:



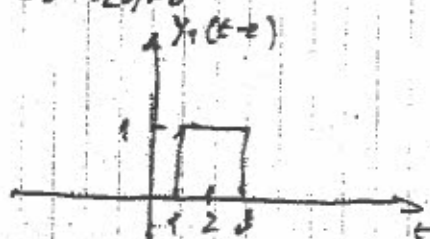
6

DESENVOLVENDO O SINAL DE ENTRADA x_1 DE 2 UNIDADES PARA A DIREITA ($x_2(t) = x_1(t-2)$) E VÊAMOS QUAL É A CORRESPONDENTE SAÍDA



CONTUDO, TRANSFORMADO $y_1(t)$ DE 2 UNIDADES PARA A DIREITA NÃO OBTÉMOS $y_2(t)$ ($y_1(t-2) \neq y_2(t)$); Logo O SISTEMA NÃO É INVARIANTE NO TEMPO

NA REALIDADE:



II) LINEARIDADE OU NÃO DO SISTEMA:

$$y(t) = t \cdot x(t)$$

SEJA:

$$y_1(t) = t \cdot x_1(t)$$

$$y_2(t) = t \cdot x_2(t)$$

$$x_3(t) = a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)$$

$a, b \in \mathbb{R}$ (COMBINAÇÃO LINEAR DE x_1 E x_2)

A CORRESPONDENTE SAÍDA É:

$$y_3(t) = t \cdot x_3(t) =$$

$$= t (a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)) =$$

$$= a \cdot t \cdot x_1(t) + b \cdot t \cdot x_2(t) =$$

$$= a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$$

Logo O SISTEMA É LINEAR.

$$x_2(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= x_1(t) \\ y_1(t) &= x_1(t) \\ y_2(t) &= x_2(t) \end{aligned}$$

$$y_2(t) = (x_1(t) + x_2(t))^2 = x_1^2(t) + 2x_1(t)x_2(t) + x_2^2(t) \neq x_1^2(t) + x_2^2(t)$$

$$\neq a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t)$$

Logo o sistema é não linear

c) Note-se que no exemplo que um sistema é linear ou

deve satisfazer a propriedade aditiva e a propriedade da homogeneidade e que os sinais de entrada são combinados através da multiplicação e é, portanto, impossível

seja o sistema especificado por:

$$y[n] = x[n] \cdot x[n]$$

Este sistema é aditivo (com o dobro)

certo, mas não satisfaz a propriedade

homogeneidade.

$$\text{Seja } x_1[n] = x[n] + x[n]$$

A correspondente saída é:

$$y_1[n] = [x[n]]^2$$

Consideremos agora a multiplicação de $x_1[n]$

por um qualquer valor, seja $k=1$, a entrada

$$x_2[n] = x_1[n]$$

$$y_2[n] = (x_1[n] + x[n])^2 = x_1^2[n] + 2x_1[n]x[n] + x^2[n] =$$

$$= x^2[n] + x^2[n]$$

é a saída por onde saída é:

8

$$y_2[x] = \operatorname{Re}\{x_2[n]\} = -x[x]$$

QUE NÃO É IGUAL A $y_1[x]$ MULTIPLICADO POR j .

$$\text{A } y_1[x] = jx$$

O SISTEMA VIOLA A PROPRIEDADE DA HOMOGENEIDADE, PORTANTO, NÃO É LINEAR.

d) SEJA O SISTEMA $y[n] = 2x[n] + 3$ DE TODO ANALISADO ANTERIOR:

$$y_1[n] = 2x_1[n] + 3$$

$$y_2[n] = 2x_2[n] + 3$$

$$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$$

$$\begin{aligned} y_3[n] &= 2[x_1[n] + x_2[n]] + 3 = \\ &= 2x_1[n] + 2x_2[n] + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{E } y_1[n] + y_2[n] &= 2x_1[n] + 2x_2[n] + 3 = \\ &= 2x_1[n] + 2x_2[n] + 6 \neq y_3[n] \end{aligned}$$

LOGO A SAÍDA DA SOMA DAS ENTRADAS NÃO É IGUAL À SOMA DAS SAÍDAS.

LOGO O SISTEMA NÃO É LINEAR.

III) a) $x[n] = 3 \cdot e^{j\frac{2}{5}(n + \frac{1}{2})}$

A FASE $3/10$ NÃO TEM INFLUÊNCIA NO PERÍODO; APENAS TEMOS DE CONSIDERAR $3/5 \cdot n$

TERÁ, SE EXISTIR, DE VERIFICAR A RELAÇÃO:

$$\frac{2}{5} n = k \cdot 2\pi \quad k \in \mathbb{N}$$

$$n = k \cdot \frac{10\pi}{3}$$

LOGO O SINAL É APERIÓDICO, POIS COM $k \in \mathbb{N}$ $n \notin \mathbb{N}$

③

$$c) \quad z[n] = 1 + e^{-j\frac{4\pi n}{3}} - e^{-j\frac{2\pi n}{3}} = e^{j\frac{4\pi n}{3}} + e^{j\frac{2\pi n}{3}} - 1$$

DOPO È DATO NO 1° TEOREMA SULLA SINTESI DI UNO DEI
 2° MAI C'È UNA A DEDICAZIONE (PUNTO COMPLESSO)
 LOGO È E' APERTI INFLUENZANDO DELLO 2° E 3° TEOREMA
 E' ELEMENARE PER CON BASE NO RUBICINA DA FOLIA
 E 3° RESTA DA DIRE:

$$N = m.c. (3, 5) = 15$$

NOTRE DUE NOSTRE CASO, APERTI PER CORRISPONDENZA, CORRISPONDENZA
 NO M. M. C. DOS DENOMINAZIONI - HAS BEEN DENOMINAZIONI THE DENOMINAZIONI
 BE CASE FIVE !!

$$d) \quad z(t) = 2 \cos(4t) - \sin(4t - 1)$$

DE MOVO ES MOVERE + 1 E - 1 (HAS BEEN MOVERE) AND SINCE
 LE DUE PER LA O CALCOLO DO PERIODI. DO PERIODI DI CORRISPONDENZA
 OS FACILITÀ (EASIERLY APPROXIMATE) $\omega = 10 \text{ e } \omega_2 = 4 \text{ rad/s}$
 $T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5}$
 $T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

SE CORRISPONDENZA $T = 10$ CORRETTI 5 PERIODI DO SINALE 1
 E 2 PERIODI DO SINALE 2.
 LOGO È E' O PERIODI INTERVALLO DI TEMPO DUE PERIODI
 PER PERIODI DUE DO 2 SINALE

PERIODI PER PERIODI PER PERIODI PER PERIODI
 DE CA (10T) E DE CA (4T) E CORRISPONDENZA CORRISPONDENZA

III)

SINAL:

$$x(t) = \delta(t+2) - \delta(t-2)$$

CONSIDEREMOS O SEU INTEGRAL INDEFINIDO, FUNÇÃO DO TEMPO

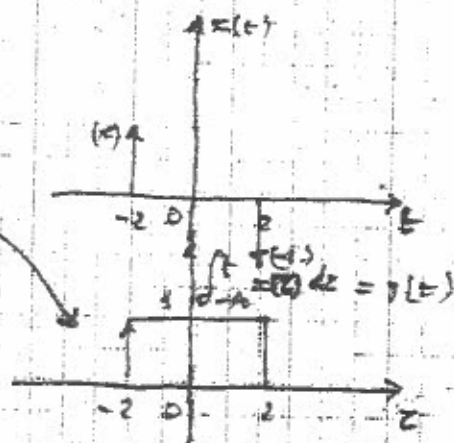
$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(z) dz$$

(INTEGRADOR)

POE EM REPRESENTAÇÃO GRÁFICA E:
A ENERGIA ASSOCIADA AO SINAL VALE:

$$E_{\text{in}} = \int_{-\infty}^{\infty} y^2(t) dt = \int_{-2}^2 1^2 dt = 4$$

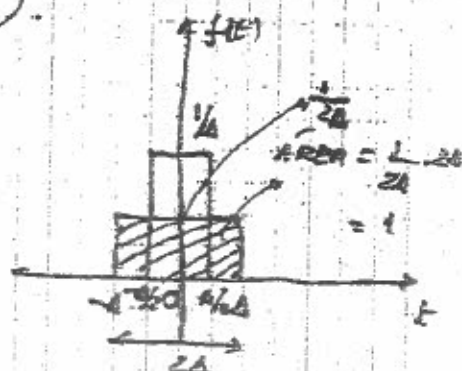
(UNIDADES DE ENERGIA)



CALCULEMOS AGORA A ENERGIA CONTIDA NUM DIRAC DE AMPLITUDE 1 USANDO COMO APROXIMAÇÃO E LÍMITE UM RECTÂNGULO (CUIDADO POR QUE AÍMUTADA E UNITÁRIA).

$$E = \int_{-\Delta}^{\Delta} \left(\frac{1}{2\Delta}\right)^2 dt = \frac{1}{4\Delta^2} \cdot 2\Delta = \frac{1}{2\Delta}$$

$$E_{\text{Dirac}} = \lim_{\Delta \rightarrow 0} E = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta} = \infty$$

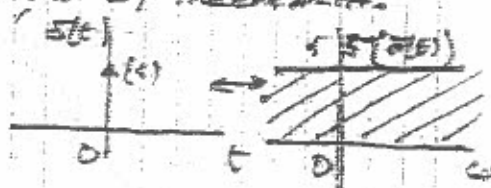


(DAQUI CONCLUÍMOS QUE A ENERGIA ASSOCIADA A UM DIRAC TEÓRICO É INFINITA).

VEJAMOS ESTE PROBLEMA DO PUNTO DE VISTA DO TEMPO DE PARCELA QUE, LOTO VEREDOS, MOSTRA QUE A ENERGIA DE UM SINAL NA REPRESENTAÇÃO TEMPORAL É IGUAL À ENERGIA DO MESMO SINAL (É ÓBVIO) NA REPRESENTAÇÃO EM FREQUÊNCIA.

VEREDOS QUE

$$x(t) \xleftrightarrow{\text{TF}} X(f)$$



em blocos com os blocos de subfunções com isomorfismo

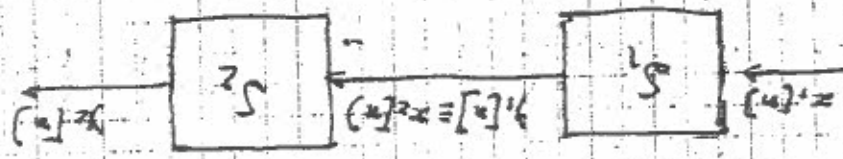
que continua

Assim:

$$E_{\text{total}} = \int_{-\infty}^{\infty} |x|^2 dx = \infty$$

o que continua
o resultado de obter

15)



$$y_1[n] = 2x_1[n] + 4x_1[n-1]$$

$$y_2[n] = x_2[n] + \frac{1}{2}x_2[n-1]$$

$$2x_1[n] + 4x_1[n-1] = x_2[n]$$

segue:

a)

o resultado de saída $y_2[n]$ é:

$$y_2[n] = 2x_1[n-1] + 4x_1[n-2] + \frac{1}{2}(2x_1[n-2] + 4x_1[n-3]) + x_1[n-1]$$

b)

estamos a simplificar em que os sistemas são lineares

em ordem inversa:

$$x_2[n] = x_1[n] + \frac{1}{2}x_1[n-1]$$

o resultado de saída é:

$$y_1[n] = 2\left\{x_2[n-1] + \frac{1}{2}x_2[n-2]\right\} + 2\left\{x_2[n-2] + \frac{1}{2}x_2[n-3]\right\} = 2x_2[n-1] + x_2[n-2] + 2x_2[n-2] + x_2[n-3]$$

[Logo resultado final é o mesmo]

o mesmo para que está com os dois sistemas

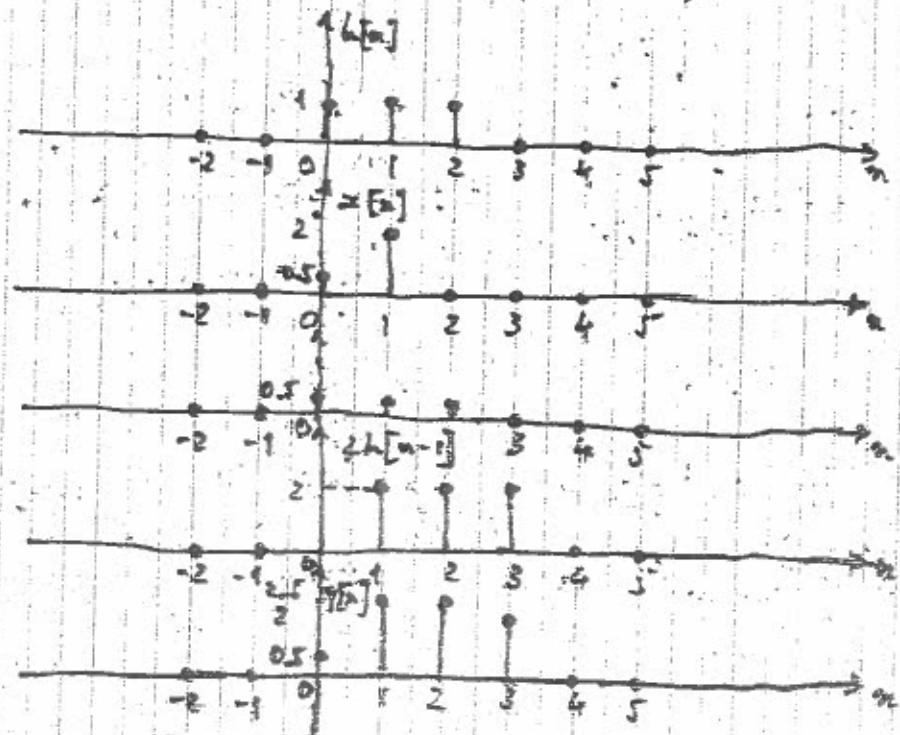
mas para a saída do conjunto a mesma coisa

o que sempre vale de sistemas em LTI. Resposta?

1) DADO QUE A REDE $x[0]$ E $x[1]$ SÃO DIFERENTES DE ZERO
TEMOS:

$$y[n] = x[0] h[n-0] + x[1] h[n-1] = \\ = 0.5 h[n] + 2 h[n-1]$$

O PROCESSO ESTÁ INDICADO NAS FIGURAS QUE SE SEGUIR E
QUE USAM A TRANSLAÇÃO DE h E AS RESPECTIVAS PROPRIEDADES
DE HOMOGENEIDADE E ADITIVA (LINEARIDADE)



ENTÃO PROCESSO:

$$y[0] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[0-k] = 0.5$$

$$y[1] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[1-k] = 0.5 + 2 \cdot 0 = 0.5$$

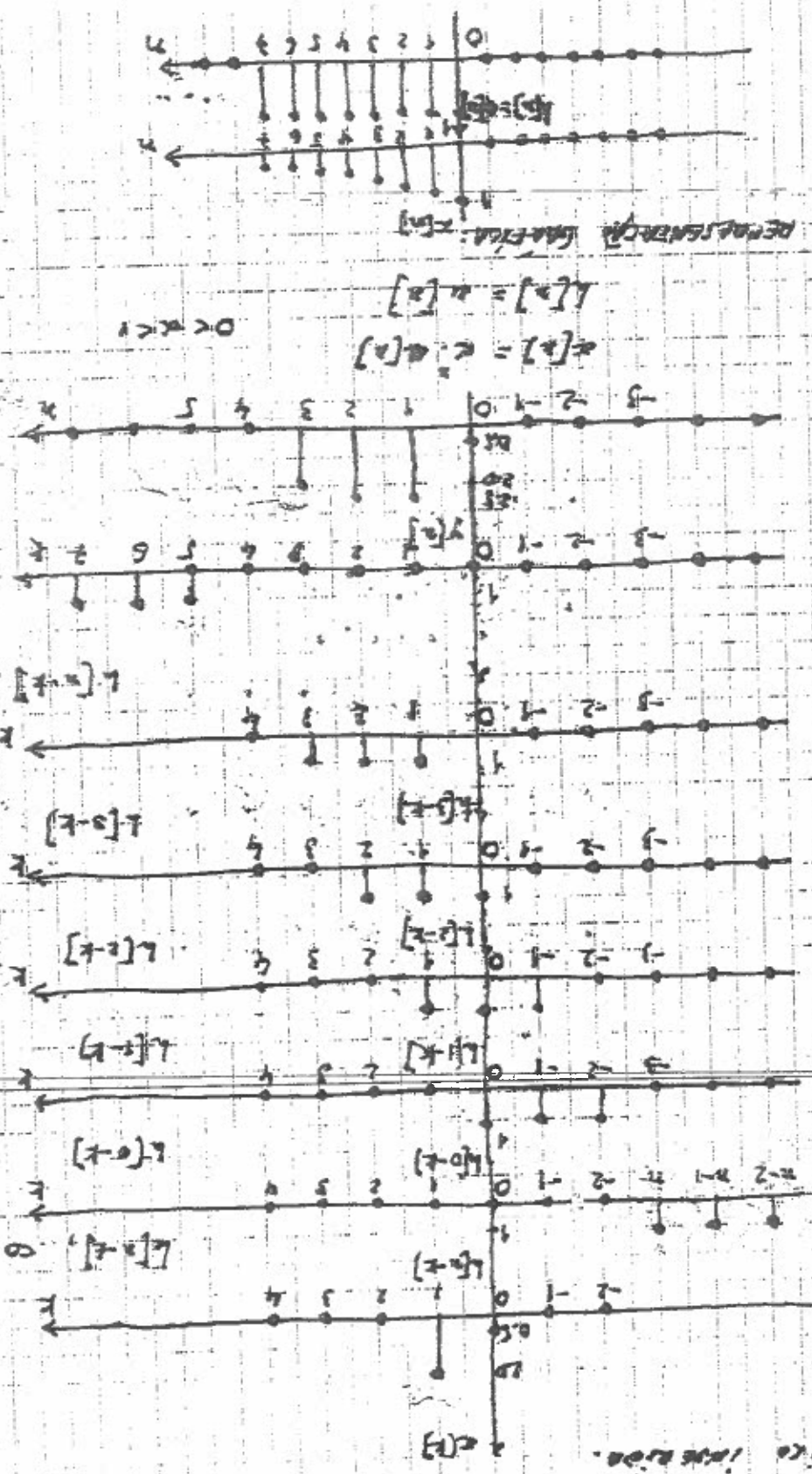
$$y[2] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[2-k] = 0.5 + 2 \cdot 0 = 0.5$$

$$y[3] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] h[3-k] = 2 \cdot 0$$

4. Espectro de potencia e tempo de subida

Gráfico de tempo de subida

3



$$x[n] = x[n-1]$$

$$x[n] = x[n-2]$$

$$0 < n < 1$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n-1], n > 3]$$

$$L[x[n], n > 3]$$

$$L[x[n], n > 3]$$

3

$$x[k] \cdot h[n-k] = \begin{cases} \alpha^k & 0 \leq k \leq n \\ 0 & \text{nos outros valores de } k \end{cases}$$

para $n \geq 0$:

$$y[n] = \sum_{k=0}^n \alpha^k$$

$$y[n] = \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha} \quad n \geq 0$$

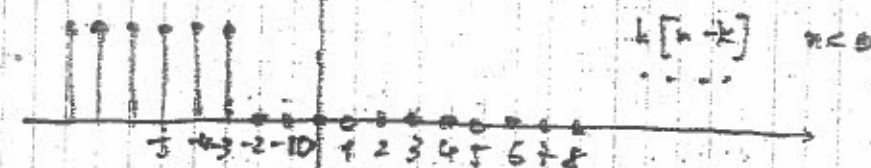
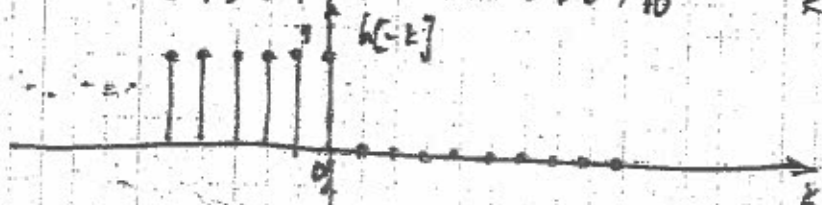
para todos os n 's negativos:

$$y[n] = \left(\frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha} \right) \cdot x[n]$$

pois $y[n] = 0$
para $n < 0$

os sinais mostrados estão representados na fig. abaixo.

$$x[k] = \alpha^k \cdot u[k]$$



III)

$$0.5 \leq x$$

Para os demais valores de x

$$y[n] = \begin{cases} \alpha^n & 0.6 \leq x \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{com } \alpha = 1$$

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^{n-k}$$

EXERCÍCIO 1: Dado $x[n]$ e $y[n]$ em conformidade com a tabela abaixo

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y[n] = 0$$

EXERCÍCIO 2: Dado $x[n]$ e $y[n]$ em conformidade com a tabela abaixo

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

EXERCÍCIO 3: Dado $x[n]$ e $y[n]$ em conformidade com a tabela abaixo

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^{n-k}$$

$$\alpha = \frac{1-x}{1-x^n}$$

EXERCÍCIO 4: Dado $x[n]$ e $y[n]$ em conformidade com a tabela abaixo

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^{n-k} \cdot \frac{1-x^{n-k}}{1-x}$$

$$\alpha = \frac{1-x}{1-x^n}$$

$$0.5 \leq x$$

$$x[k] = \begin{cases} 1 & k=0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

EXERCÍCIO 5: Dado $x[n]$ e $y[n]$ em conformidade com a tabela abaixo

$$y[n] = \sum_{k=0}^{n-1} \alpha^{n-k}$$

5

FAZEMOS: $z = E - 2 + 6$

DETEMOS:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{10-n} \alpha^{k-n} = \alpha^6 \sum_{k=0}^{10-n} (\alpha^{-1})^k =$$

$$= \alpha^6 \cdot \frac{1 - \alpha^{-(10-n+1)}}{1 - \alpha^{-1}} = \frac{\alpha^{n+4} - \alpha^6}{1 - \alpha}$$

INTERVALOS:

$n - 6 > 4 \Leftrightarrow n > 10$ VOLTA A PASSAR
SOBREPOSIÇÃO DOS 2 SINAIS E TEMOS

$$y[n] = 0$$

A REPRESENTAÇÃO GRÁFICA ESTÁ FEITA NA FIGURA ABAIXO



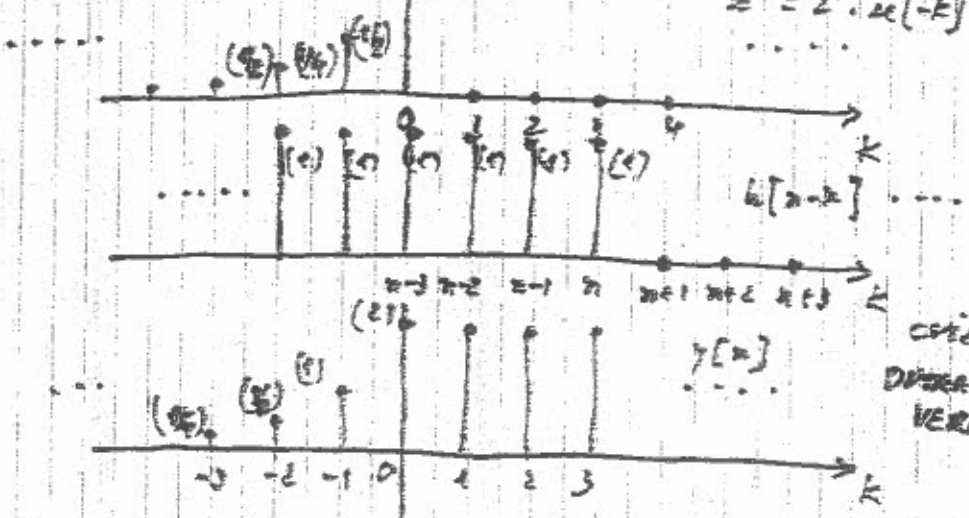
IV)

$$x[n] = 2^n \cdot u[-n]$$

$$z[n] = x[n]$$

FAZEMOS NA E TRANSLACIONAMOS $x[-k]$ DE 2 UNIDADES
(VER FIG. ABAIXO).

$$z^k = 2^k \cdot u[-k]$$



③

II)

$$x(t) = e^{-t} \cdot u(t) \quad a > 0$$

$$L(t) = u(t)$$

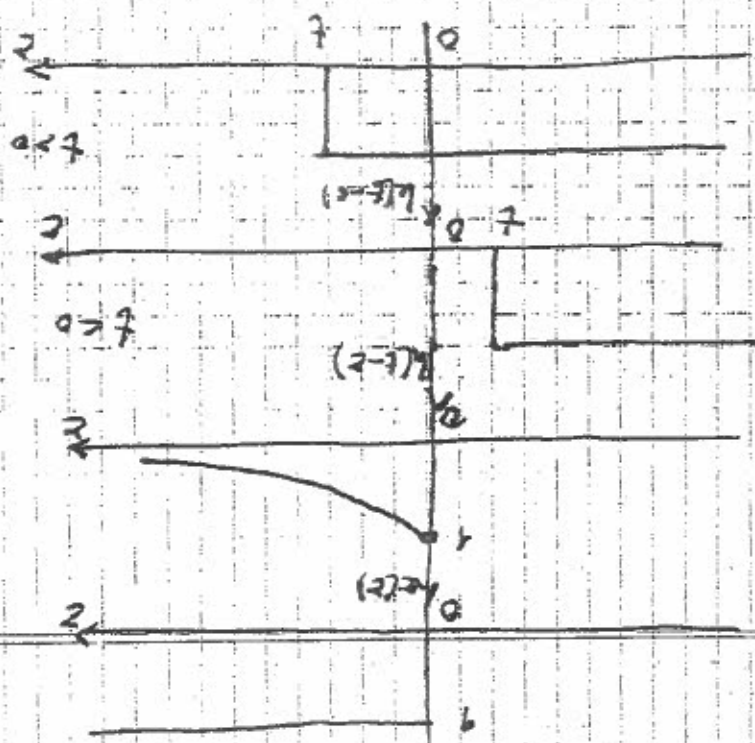
$$x(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \leq t < \infty \\ 0 & t > \infty \end{cases}$$

nos outros pontos

(tal é fácil de verificar nos gráficos que se

segue).

$x(t)$



Logo $y(t)$ para $t > 0$ vale:

$$y(t) = \int_0^t e^{-a(t-\tau)} \cdot \frac{a}{1-e^{-a\tau}} d\tau = -\frac{a}{1-e^{-a\tau}} \Big|_0^t = \frac{a}{1-e^{-at}}$$

Para $t < 0$ $y(t) = 0$ (Evidente)

Logo para todos os valores de t , $y(t)$ vale:

$$y(t) = \frac{a}{1-e^{-at}} \cdot u(t)$$

Logo para $t < 0$ vale:

Cujo ora fica representado

a seguir.