SINAIS E SISTEMAS

1ª PARTE

DURAÇÃO: 3 HORAS. EXAME FINAL 01-07-2009

I) a) MOSTRE QUE SE:

$$h(t) = f(t) \otimes g(t)$$

TEMOS: $h'(t) = f'(t) \otimes g(t) = f(t) \otimes g'(t)$

GENERALIZE O RESULTADO PARA:

$$f(t) = f_1(t) \otimes f_2(t) \otimes \cdots \otimes f_n(t)$$

b) CALCULE USANDO O RESULTADO ANTERIOR A CONVOLUÇÃO DE 3 PEDESTAIS IGUAIS (LARGURA 2 E ALTURA 1) COMO REPRESENTADO NA FIGURA 1.

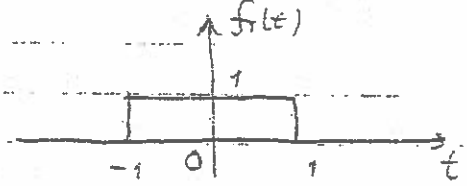


FIG. 1

EFECTUE UMA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA FUNÇÃO OBTIDA INDICANDO OS PONTOS MAIS REPRESENTATIVOS.

II) a) CONSIDERE A FUNÇÃO REPRESENTADA NA FIG. 2

DETERMINE O SEU INTEGRAL INDEFINIDO (ANALÍTICA E GEOMÉTRICAMENTE) INDICANDO OS SEUS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS

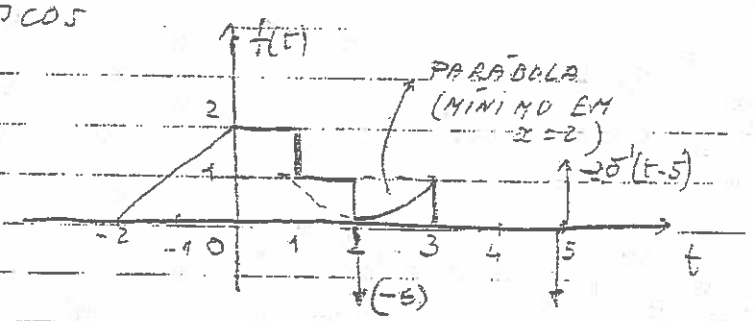


FIG. 2

b) ESTUDE, QUANTO À ESTABILIDADE, UM SISTEMA S DISCRETO CUJA RESPOSTA IMPULSIONAL É DADA POR:

$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[-n+10]$$

JUSTIFIQUE CONVENIENTEMENTE A RESPOSTA.

III) a) CONSIDERE A FUNÇÃO DISCRETA $x[n]$ DEFINIDA POR:

$$x[n] = -5 + 3\cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right) - 5\,\mathrm{sen}\left(\frac{13\pi}{5}n\right) + 4\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

DETERMINE, JUSTIFICANDO CONVENIENTEMENTE A RESPOSTA, O SEU PERÍODO E INDIQUE QUAIS SÃO OS COEFICIENTES DA SUA SÉRIE REPRESENTATIVA. REPRESENTE GRAFICAMENTE O CORRESPONDENTE DIAGRAMA DOS MÓDULOS E FASES.

b) ESTUDE A CAUSALIDADE DO SISTEMA CONTÍNUO NO TEMPO, CUJA RESPOSTA IMPULSIONAL É DADA POR:

$$h[t] = 4\,e^{-2|t|}$$

JUSTIFIQUE CONVENIENTEMENTE A RESPOSTA.

IV) DETERMINE A CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES DISCRETAS REPRESENTADAS NA FIG. 3

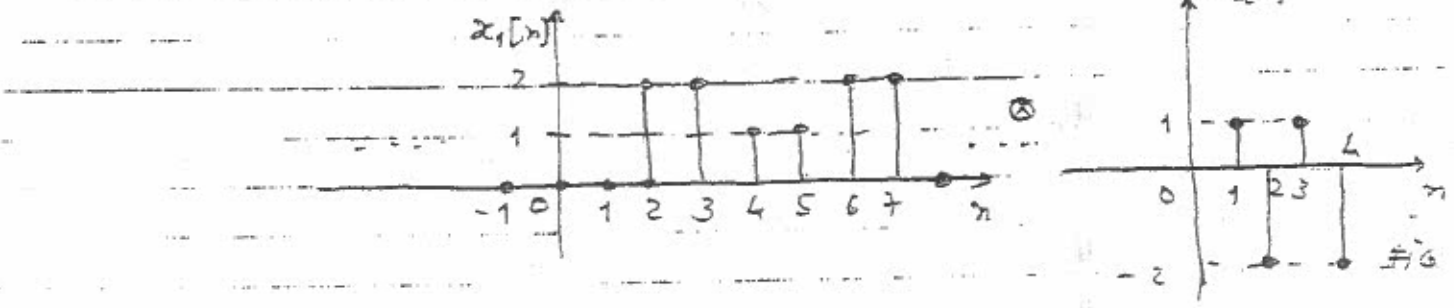


FIG.

V) A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE UM SISTEMA LTI CONTÍNUO É DADA POR

$$H(\omega) = \frac{j\omega + 2}{-\omega^2 + 4j\omega + 3}$$

DETERMINE A SUA RESPOSTA IMPULSIONAL E A SAÍDA DESSE CIRCUITO QUANDO A ELE É APLICADA UMA ENTRADA DA FORMA (FUNÇÃO PERIÓDICA) (VER FIG. 4).

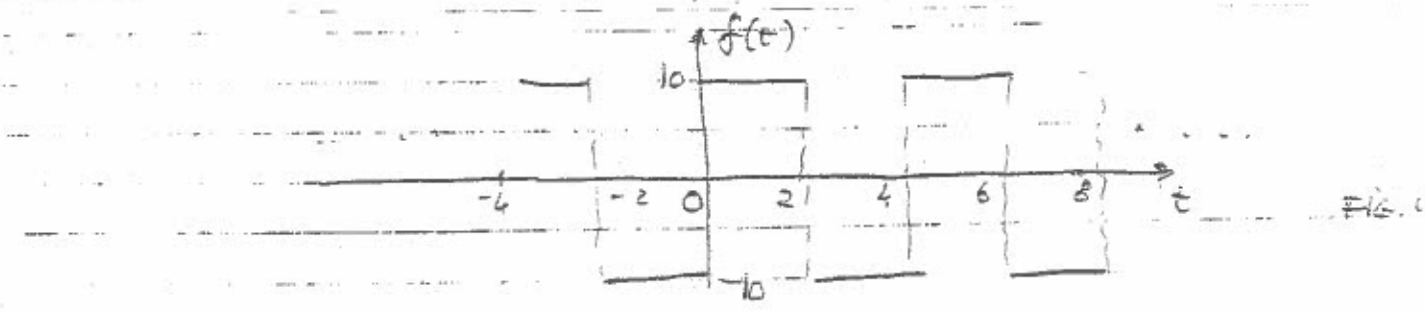


FIG.

SINAIS E SISTEMAS — 17-05-2013

1ª PROVA DISPENSATÓRIA — DURAÇÃO : 3 HORAS

I) A) CONSIDERE A FUNÇÃO $x[n]$ REPRESENTADA NA FIG. 1

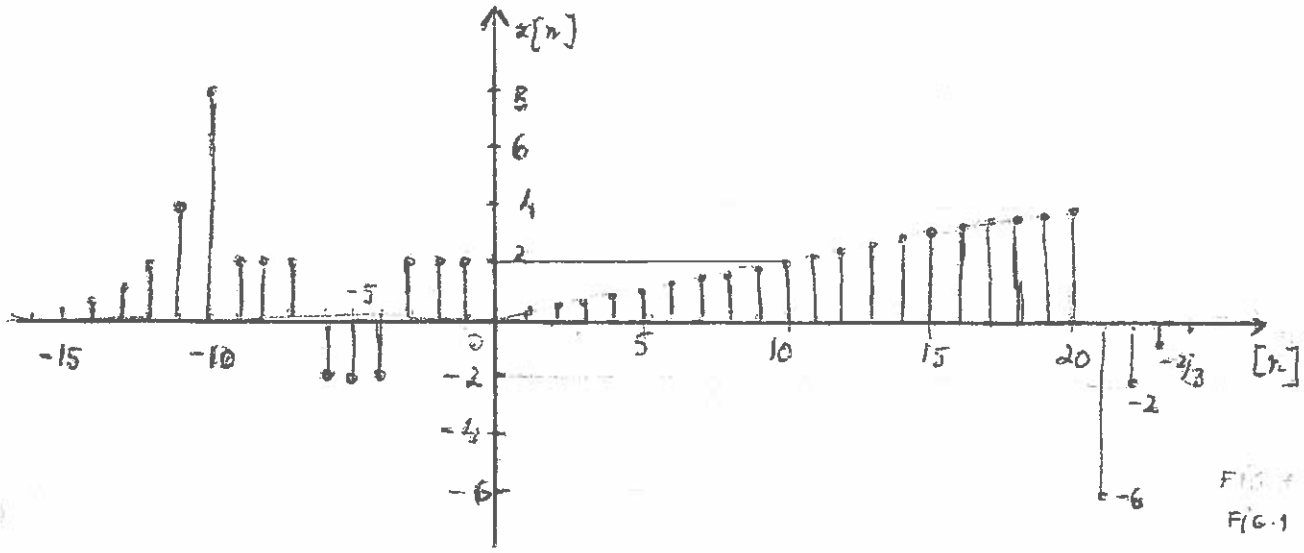


FIG. 1

(2.0) DETERMINE O ACUMULADOR DESTE SINAL, INDICANDO OS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS, E EM PARTICULAR, O SEU LIMITE QUANDO $n \to \infty$

B) i) CONSIDERE A FUNÇÃO $x[n]$ DA VARIÁVEL DISCRETA DADA POR:

$$x[n] = -4 + 8 \operatorname{sen}\left[\frac{2\pi n}{4}\right] + 4 \cos\left[\frac{11\pi n}{9}\right]$$

(2.0) VERIFIQUE SE A FUNÇÃO É PERIÓDICA, E, EM CASO AFIRMATIVO, DETERMINE O SEU PERÍODO

ii) IDEM, PARA A FUNÇÃO $f(t)$ DE VARIÁVEL CONTÍNUA DADA POR:

$$f(t) = 4 \cos\left(\frac{2\pi}{7} t\right) - 3 \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{8} t\right)$$

JUSTIFIQUE CONVENIENTEMENTE AS RESPOSTAS.

II) DETERMINE A CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES $x[n]$ E $h[n]$ DISCRETAS E DEFINIDAS POR:

$$x[n] = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{+|n-3|} \quad \text{E}$$

(5.0)

$$h[n] = 2 \cdot u[n+3] - 4 \cdot u[n+1] + 2u[n-1]$$

EFECTUE UM ESBOÇO GRÁFICO DESSA CONVOLUÇÃO INDICANDO OS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS. ONDE É QUE OCORREM OS MÁXIMOS E OS MÍNIMOS DA FUNÇÃO?

III) DETERMINE E EFECTUE UM ESBOÇO GRÁFICO DA CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES $x(t)$ E $h(t)$ REPRESENTADAS NA FIG. 2. INDIQUE OS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS DA CONVOLUÇÃO RESULTANTE. QUAL É A PARIDADE DA FUNÇÃO RESULTANTE? JUSTIFIQUE CONVENIENTEMENTE A RESPOSTA.

(5.0)

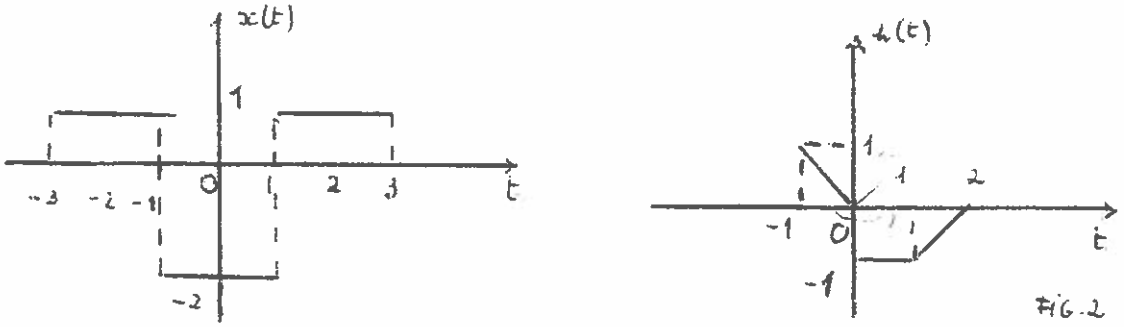


FIG. 2

IV) A) OS COEFICIENTES COMPLEXOS a_k DA SÉRIE DE FOURIER ASSOCIADOS A UMA FUNÇÃO $f(t)$ PERIÓDICA DE PERÍODO T SÃO DADOS POR:

$$a_0 = 6$$

$$a_{-k} = a_k^* = \frac{2}{k^2+1} j \qquad \text{PARA } k \text{ IMPAR} \qquad (V.)$$

$$= 0 \qquad \text{PARA } k \text{ PAR}$$

DETERMINE: i) A EXPRESSÃO TEMPORAL DA FUNÇÃO $f(t)$ CONSIDERADA

ii) OS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER RELATIVOS À DERIVADA DA FUNÇÃO $f(t)$

(4.0) iii) OS COEFICIENTES DA SÉRIE DE FOURIER RELATIVOS AO INTEGRAL INDEFINIDO DA FUNÇÃO $f(t)$; SUPONHA QUE O SEU VALOR MÉDIO É -2.

iv) INDIQUE A PARIDADE DA FUNÇÃO INICIAL, DA SUA DERIVADA E DO SEU INTEGRAL

B) SUPONHA QUE O SINAL $f(t)$ (DE PERÍODO 2π) É APLICADO A UMA SÉRIE DE FILTROS, COLOCADOS EM SÉRIE, DE FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

(2.0)

$$H_1(j\omega) = \frac{2}{2+j\omega} \qquad \text{E} \qquad H_2(j\omega) = \frac{j\omega}{3+j\omega}$$

DETERMINE A CORRESPONDENTE SAÍDA

USE NO DESENVOLVIMENTO TERMOS CUJAS AMPLITUDES SEJAM SUPERIORES A 0.005 V.

SINAIS E SISTEMAS 12-07-2013

DUR: 3 HORAS

EXAME DE RECURSO

I) DETERMINE A CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES $f(t)$ E $g(t)$, CONTÍNUAS NO TEMPO, E REPRESENTADAS NAS FIG. 1a E 1b E REPRESENTE-A GRAFICAMENTE INDICANDO OS SEUS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS

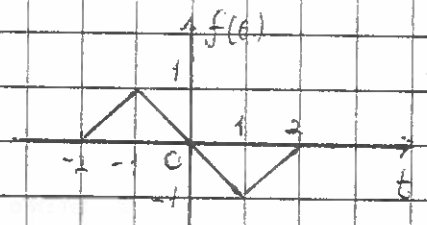


FIG. 1a

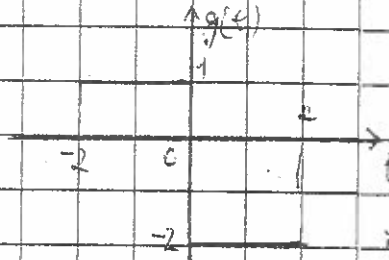


FIG. 1b

II) DETERMINE A CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES $f[n]$ E $g[n]$ DISCRETAS E REPRESENTE-A GRAFICAMENTE INDICANDO OS SEUS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS

$$f[n] = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{|n-2|} \; ; \; g[n] = 3^{n-2} \cdot u[-n+4]$$

III) A SÉRIE DE FOURIER DE UM SINAL PERIÓDICO $f(t)$ VALE:

$$f(t) = 6 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \times (-1)^n}{n^2+1} \operatorname{sen}(n\pi t)$$

a) DETERMINE O VALOR MÉDIO, PERÍODO E PARIDADE DO SINAL PERIÓDICO $f(t)$.

b) ESTE SINAL É APLICADO A UM SISTEMA CTI CUJA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA VALE

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 6}{(j\omega+2)(j\omega+3)}$$

DETERMINE O CORRESPONDENTE SINAL DE SAÍDA $v_s(t)$.

IV) CONSIDERE UM SISTEMA LTI QUE OBEDECE À EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE COEFICIENTES CONSTANTES

$$y'' + 5y' + 6y = 2x' - 5x$$

DETERMINE: a) A SUA RESPOSTA IMPULSIONAL

b) A RESPOSTA A UMA ENTRADA DA FORMA

$$x(t) = -3\,\mathrm{sen}(5t) + 4\cos(2t)$$

c) A RESPOSTA A UMA ENTRADA DA FORMA

$$x(t) = 5e^{-2t}u(t)$$

d) A RESPOSTA A UMA ENTRADA DA FORMA

$$x(t) = 2e^{+5t}u(t)$$

V) a) DETERMINE A TRANSFORMADA DE FOURIER DA FUNÇÃO $h(t) = f(t) \otimes g(t)$ DO GRUPO I)

b) IDEM, PARA A FUNÇÃO:

(FIG. 2)

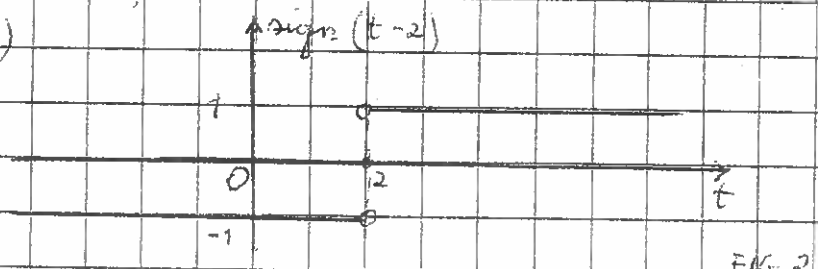


FIG. 2

c) DETERMINE A TRANSFORMADA DE FOURIER DISCRETA DA FUNÇÃO $g[n]$ REPRESENTADA NA FIG. 3

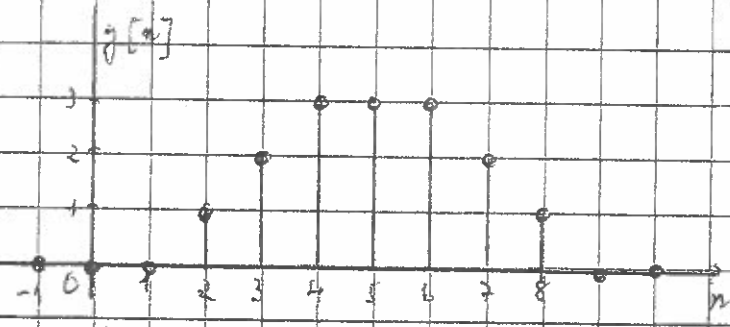


FIG. 3

VI) CONSIDERE UM SISTEMA LTI QUE OBEDECE À EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS FINITAS (COM COEFICIENTES CONSTANTES)

$$y[n] - \frac{2}{35}y[n-1] - \frac{1}{35}y[n-2] = 3x[n] - 2x[n-1]$$

DETERMINE:

a) A SUA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA E RESPOSTA IMPULSIONAL

b) A RESPOSTA A UM DEGRAU UNITÁRIO, $u[n]$

c) A RESPOSTA A UMA ENTRADA DA FORMA $\left(\frac{1}{5}\right)^n u[n]$

SINAIS E SISTEMAS 25-05-2013

EXAME - ÉPOCA NORMAL DURAÇÃO: 3h00m

I) DETERMINE A FUNÇÃO $f(t)$ CONVOLUÇÃO DAS FUNÇÕES $f_1(t)$ E $f_2(t)$ REPRESENTADAS NA FIG.1. ESBOCE UM ESBOÇO GRÁFICO DA FUNÇÃO $f(t)$, INDICANDO OS SEUS PONTOS MAIS CARACTERÍSTICOS. (3.0)

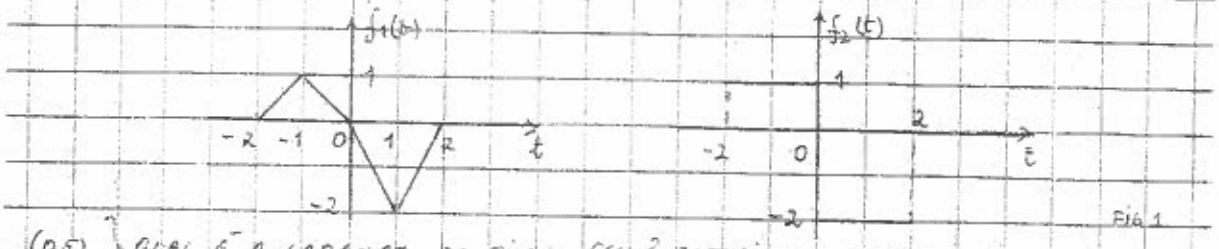


FIG 1

(0.5) QUAL É A LARGURA DO SINAL $f(t)$? JUSTIFIQUE A RESPOSTA.
A largura de $f(t)$ é a soma da largura de $f_1(t)$ e $f_2(t)$

II) CONSIDERE AS FUNÇÕES DISCRETAS $f_1[n]$ E $f_2[n]$ DADAS POR:

$$f_1[n] = 2^{n+5} \cdot u[-n-3] + 2^{-n+4} \cdot u[n-4]$$

$$f_2[n] = -2u[n-5] + 2 \cdot u[n-10] \quad (u[n] - \text{FUNÇÃO DEGRAU})$$

(1.0) a) REPRESENTE GRAFICAMENTE $f_1[n]$ E $f_2[n]$

(2.5) b) DETERMINE E REPRESENTE GRAFICAMENTE A FUNÇÃO $f[n]$ RESULTANTE DA CONVOLUÇÃO DE $f_1[n]$ COM $f_2[n]$ ($f[n] = f_1[n] * f_2[n]$)

(0.5) c) INDIQUE OS PONTOS ONDE OCORREM OS MÁXIMOS E OS MÍNIMOS DA CONVOLUÇÃO

III) O DESENVOLVIMENTO EM SÉRIE DE FOURIER DE UMA FUNÇÃO $f(t)$, PERIÓDICA DO TEMPO É DADO POR:

$$f(t) = 4 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \pi}{(2n+1)!} \cos((2n+1)4t) \quad (V)$$

(0.5) a) DETERMINE O PERÍODO, VALOR MÉDIO E POTÊNCIA DA FUNÇÃO

(2.0) b) SE O SINAL CONSIDERADO FOR APLICADO À ENTRADA DE UM SISTEMA LTI CUJA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA É $H(j\omega) = \left(20/(j\omega+20)\right)^2$ DETERMINE A CORRESPONDENTE SAÍDA $v_o(t)$. USE APENAS TERMOS NA SAÍDA CUJA AMPLITUDE SEJA SUPERIOR A 0.001 V

IV) a) DETERMINE A TRANSFORMADA DE FOURIER DAS FUNÇÕES CONTÍNUAS DO TEMPO.

i) ✓

(1.0)

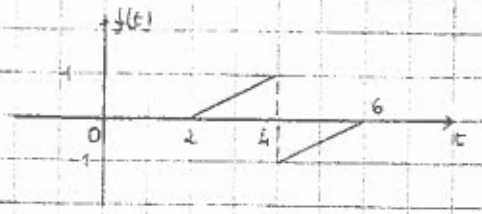


FIG. 2

ii) ✓

$$g(t) = p_T(t) \cdot \cos(10\omega_0 t) \qquad \left(\omega_0 = \frac{2\pi}{T}\right)$$

(1.0)

$$p_T(t) = \begin{cases} 1 & |t| < T \\ 0 & |t| > T \end{cases}$$

b) DETERMINE A TRANSFORMADA DE FOURIER DA FUNÇÃO DISCRETA REPRESENTADA NA FIG. 3

(1.0) ✓

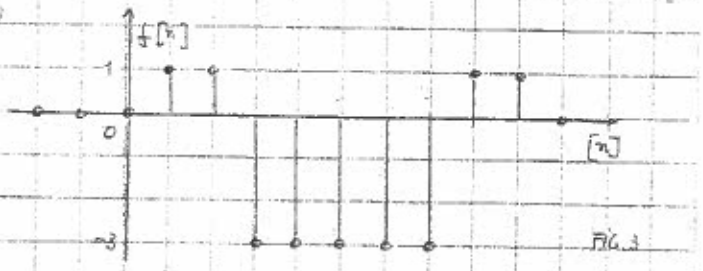


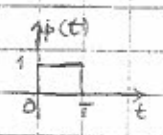
FIG. 3

V) CONSIDERE UM SISTEMA LTI CONTÍNUO NO TEMPO QUE OBEDECE À SEGUINTE EQUAÇÃO DIFERENCIAL: $\frac{d^3y}{dt^3} + 6\frac{d^2y}{dt^2} + 11\frac{dy}{dt} + 6y = 2\frac{dx}{dt} + 3x$

DETERMINE: a) A SUA RESPOSTA IMPULSIONAL

b) A SUA RESPOSTA A UM PULSO NA FORMA

(1.0)



c) A UMA ENTRADA DA FORMA $x(t) = 5 \cdot e^{-4t} \cdot u(t)$

d) A UMA ENTRADA DA FORMA $x(t) = t \cdot e^{-t} u(t)$

VI) CONSIDERE UM SISTEMA LTI DISCRETO QUE OBEDECE À SEGUINTE EQUAÇÃO ÀS DIFERENÇAS FINITAS $y[n] + \frac{2}{15}y[n-1] - \frac{1}{15}y[n-2] = x[n] - 2x[n-1]$

DETERMINE: a) A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA E A RESPOSTA IMPULSIONAL

(3.0)

b) A RESPOSTA A UM DEGRAU DE HEAVISIDE DE ALTURA 1

c) A RESPOSTA À ENTRADA $x[n] = 4\cos[\pi n] + 2\sin[3n]$

(2)

$$y[n] - \frac{3}{4} y[n-1] + \frac{1}{8} y[n-2] = 2x[n]$$

$$Y(e^{j\omega}) - \frac{3}{4} e^{-j\omega} Y(e^{j\omega}) + \frac{1}{8} e^{-j2\omega} Y(e^{j\omega}) = 2X(e^{j\omega})$$

$$\frac{Y e^{j\omega}}{X e^{j\omega}} \left(1 - \frac{3}{4} e^{-j\omega} + \frac{1}{8} e^{-j2\omega}\right) = 2$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{2}{1 - \frac{3}{4} e^{-j\omega} + \frac{1}{8} e^{-j2\omega}} =$$

$$= \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega}\right)\left(1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega}\right)}$$

$$z^2 - \frac{3}{4} z + \frac{1}{8} = 0$$

$$z = \frac{\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{1}{2}}}{1}$$

$$= \frac{\frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}}{2} = \begin{matrix} 1/2 \\ 1/4 \end{matrix}$$

$$\frac{A}{1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega}} + \frac{B}{1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega}} = \frac{2}{\left(1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega}\right)\left(1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega}\right)}$$

$$\left(1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega}\right) \qquad \left(1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega}\right)$$

$$A - \frac{A}{4} e^{-j\omega} + B - \frac{B}{2} e^{-j\omega} = 2$$

$$\begin{cases} A + B = 2 \\ -\frac{A}{4} - \frac{B}{2} = 0 \end{cases} \qquad -2B + B = 2 \qquad B = -2$$

$$-\frac{A}{4} = \frac{B}{2} \Leftrightarrow \boxed{A = -2B} \qquad A = +4$$

$$H(e^{j\omega}) = \frac{4}{1 - \frac{1}{2} e^{-j\omega}} - \frac{2}{1 - \frac{1}{4} e^{-j\omega}}$$

$$h[n] = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - 2\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] = \left[4\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(\frac{1}{4}\right)^n\right] u[n]$$

②

$$x[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

$$\frac{2}{\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right)\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)\left(1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}\right)} = \frac{A}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}} + \frac{B}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}} + \frac{C}{1-\frac{1}{3}e^{-j\omega}}$$

$$y[n] = \left[A\left(\frac{1}{2}\right)^n + B\left(\frac{1}{4}\right)^n + C\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] u[n]$$

$$x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

$$\frac{2}{\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right)\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}} = \frac{2}{\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right)} =$$

$$= \frac{A}{\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)^2} + \frac{B}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}} + \frac{C}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

$$\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right) \quad \left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)\left(1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}\right) \quad \left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)^2$$

$B = -4 \qquad B = -2 \qquad C = 8$

$$\varphi(e^{j\omega}) = -\frac{4}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}} - \frac{2}{\left(1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}\right)^2} + \frac{8}{1-\frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

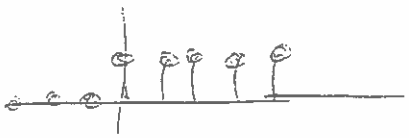
$$y[n] = \left[-4\left(\frac{1}{4}\right)^n - 2(n+1)\left(\frac{1}{4}\right)^n + 8\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] u[n]$$

MUITO IMPORTANTE:

$(n+1)\,a^n\,u[n] \qquad |a|<1 \qquad \dfrac{1}{\left(1-ae^{-j\omega}\right)^2}$

Qual é a resposta ao degrau

resposta a um impulso apenas



$$h[n] = \left[-4\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2\left(\frac{1}{4}\right)^n\right] u[n]$$

$$d[n] = \left[4\sum_{j=0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^j - 2\sum_{j=0}^{n}\left(\frac{1}{4}\right)^j\right] u[n] =$$

$$= \left\{4\left[\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \cancel{\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0+1}}}{1-\frac{1}{2}}\right] - 2\left[\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^0 - \cancel{\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}}{1-\frac{1}{4}}\right]\right\} u[n]$$

$$\sum_{j=0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^j = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}$$

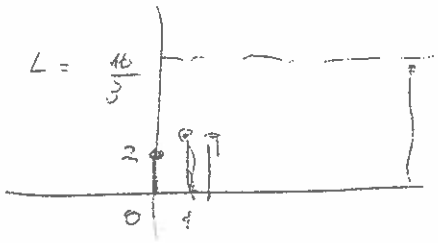
Resposta ao degrau

$x[n] = 4\,\text{sen}[3n] + 5\,\text{sen}[7n]$ → isto não se pode responder, ñ sai

Qual é o valor limite

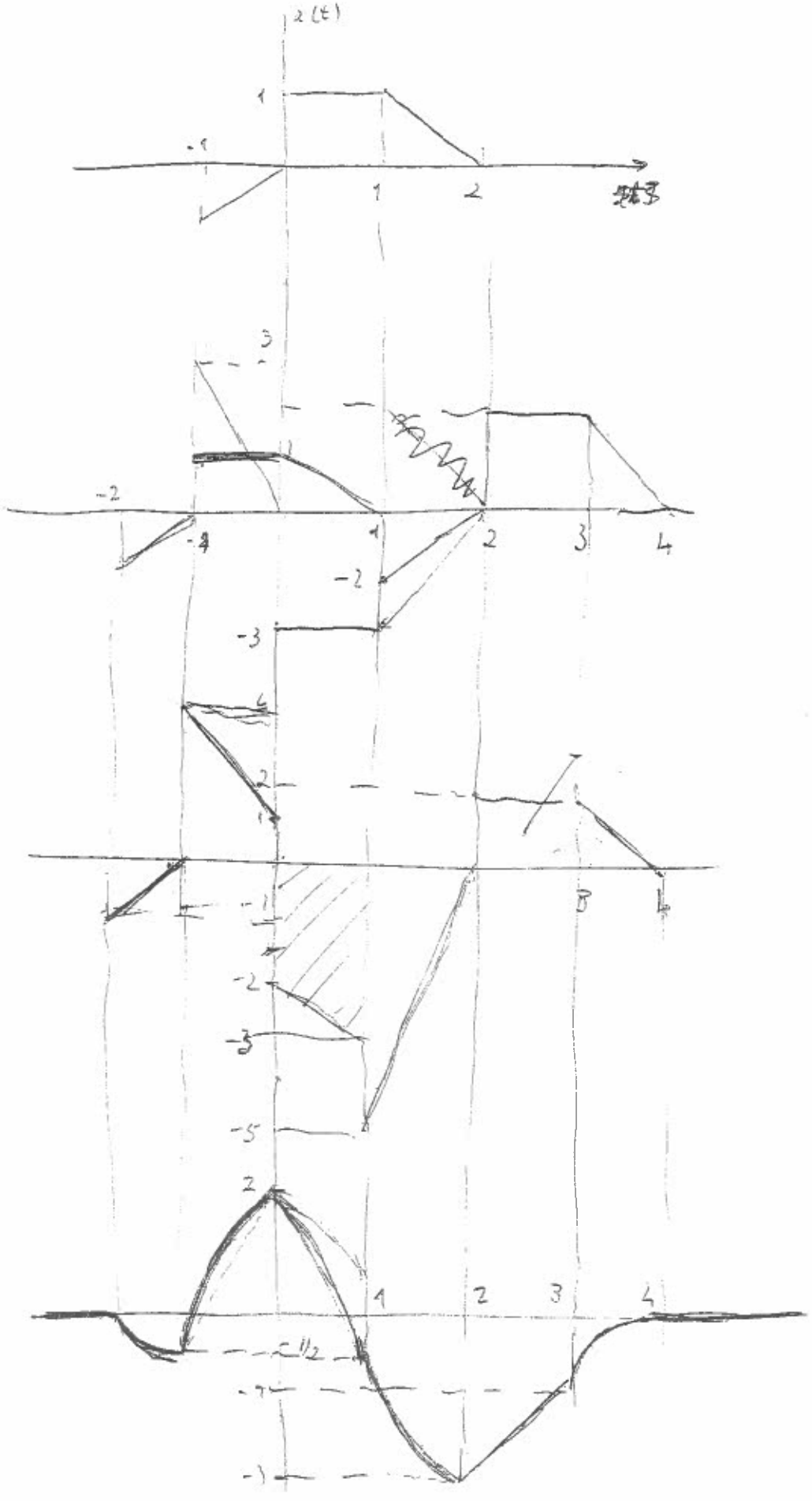
$$\underset{n\to\infty}{L} = 4\,\frac{1}{1/2} - 2\,\frac{1}{\frac{3}{4}}$$

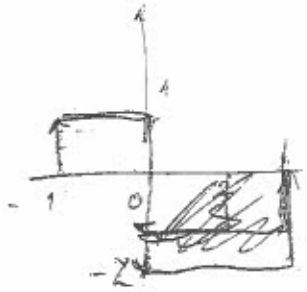
$$= 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

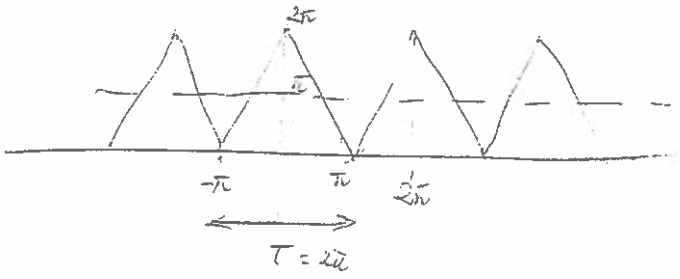


$$* \quad s_n = \frac{u_1 - u_{n+1}}{1-r}$$

(4)







$$m = \frac{\omega - 0}{0 - \pi} = -2$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$$

$$\omega_n = n\,\omega_0 = n$$

$$A_n = \frac{2}{2\pi}\int_0^{\pi} (-2t + 2\pi)\,dt =$$

$$A_0 = \pi$$

$$= \frac{2}{2\pi}\left[-t^2 + 2\pi t\right]_0^{\pi} =$$

$$= \frac{2}{2\pi}\left[-\pi^2 + 2\pi^2 + 0 - 0\right] = \frac{2\pi^2}{2\pi} = \pi \qquad (0.k.)$$

Como a função é par só tem cos

$$A_n = \frac{4}{2\pi}\int_0^{\pi} (-2t + 2\pi)\cos(nt)\,dt =$$

$$= -\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi} t\cos(nt)\,dt + 4\int_0^{\pi}\cos(nt)\,dt =$$

$$\int t\cos nt\,dt =$$

$$= \left(\frac{1}{n}\operatorname{sen} nt\right)t - \int \frac{1}{n}\operatorname{sen}(nt)\,dt$$

$$\int \cos nt\,dt = +\frac{1}{n}\operatorname{sen}(nt)$$

$$= -\frac{4}{\pi}\left[\frac{t}{n}\operatorname{sen}(nt) + \frac{1}{n^2}\cos(nt)\right]_0^{\pi} + 4\left[\frac{1}{n}\operatorname{sen} nt\right]_0^{\pi}$$

$$= \frac{(-1)}{n^2} - 1 = -\frac{2}{n^2} \quad n \text{ ímpar}$$

$$= 0 \quad \text{par}$$

$$f(t) = \pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\pi}{(n^2+1)} \cos(nt)$$

$g(t) = \pi \times 0 +$

$n=1 \quad \frac{4\pi}{2} \cos(t)$

$\omega = 5 \quad \frac{4\pi}{26} \cdot \frac{1}{2} \cos(5t + \frac{3}{4}(-\pi/2 + \pi/8))$

$\omega = 6$

$\omega = 7 \quad \frac{4\pi}{37} \times 1 \cos(6t - \pi/4)$

$\omega = 8$

$\omega = 9$

$\omega = 10$

$\omega = 11 \quad \frac{4\pi}{122} \times \frac{1}{2} \times \cos[11t + \pi/2 - \pi/8]$

$$A = \left.\frac{2x+3}{(x+2)(x+3)}\right|_{x=-1} = 1/2$$

$$B = \left.\frac{2x+3}{(x+1)(x+3)}\right|_{x=-2} = 1$$

$$C = \left.\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}\right|_{x=-3} = -3/2$$

$$\frac{d^3y}{dt^3} + 6\frac{d^2y}{dt^2} + 11\frac{dy}{dt} + 6y = 2\frac{dx}{dt} + 3x$$

$y(t) \longleftrightarrow Y(j\omega)$ $\qquad \frac{dy(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega Y(j\omega)$

$x(t) \longleftrightarrow X(j\omega)$ $\qquad \frac{d^2y(t)}{dt^2} \longleftrightarrow (j\omega)^2 Y(j\omega)$

$\frac{d^3y(t)}{dt^3} \longleftrightarrow (j\omega)^3 Y(j\omega)$

$\frac{dx(t)}{dt} \longleftrightarrow j\omega X(j\omega)$

$$(j\omega)^3 Y(j\omega) + 6(j\omega)^2 Y(j\omega) + 11 j\omega Y(j\omega) + 6 Y(j\omega) = 2j\omega X(j\omega) + 3X(j\omega)$$

$$Y(j\omega)\left[(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 11 j\omega + 6\right] = (2j\omega + 3) X(j\omega)$$

$$\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = H(j\omega) = \frac{2j\omega + 3}{(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 11 j\omega + 6}$$

função de transferência $\qquad j\omega = s$

$$H(s) = \frac{2s+3}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} \qquad s = -1 \text{ é raiz}$$

	1	6	11	6
-1		-1	-5	-6
	1	5	6	0

$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = (s+1)(s^2 + 5s + 6)$

$= (s+1)(s+3)(s+2)$

$$s = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-3}{-2}$$

$$H(s) = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+3}$$

$A = \frac{1}{2}$ $\quad B = 1$ $\quad C = -\frac{3}{2}$

$(s+2)(s+3) \quad (s+1)(s+3) \quad (s+1)(s+2)$

$$2s+3 = As^2 + 5As + 6A + Bs^2 + 4Bs + 3B + Cs^2 + 3Cs + 2C$$

$$\begin{cases} A + B + C = 0 \\ 5A + 4B + 3C = 2 \\ 6A + 3B + 2C = 3 \end{cases} \qquad \begin{cases} A = 1/2 \\ B = 1 \\ C = -3/2 \end{cases}$$