Eletromagnetismo F102
2013-2014
TP #5

---

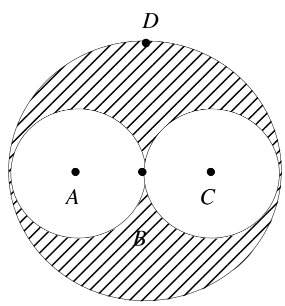
1. Um contador de Geiger-Muller é um detetor de radiação constituído por uma superfície condutora cilíndrica (cátodo) de raio R_c, e por um condutor cilíndrico coaxial (ânodo) de raio R_a ($R_a \ll R_c$). O comprimento de ambos os condutores é muito superior a R_c. As cargas por unidade de comprimento axial no ânodo e no cátodo são, respetivamente, $+\lambda$ e $-\lambda$.
(a) Mostre que a grandeza do campo elétrico entre os elétrodos é $E(r) = \frac{V}{\ln(R_c/R_a)}\frac{1}{r}$, em que r é a distância ao eixo comum dos elétrodos.
(b) Mostre que a diferença de potencial entre o cátodo e o ânodo é $V = -\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\lambda\ln(R_c/R_a)$.

2. No modelo atómico de Rutherford, admite-se que a carga elétrica dos eletrões do átomo está distribuída uniformemente numa esfera de raio r_a, centrada no núcleo, suposto pontual e com carga $+Ze$, sendo Z o número atómico do átomo. Mostre que o potencial elétrico criado por esta distribuição de carga elétrica é dado por:

$$V(r) = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2r_a} + \frac{r^2}{2r_a^3}\right), \qquad r \leq r_a; \quad V(r) = 0, \qquad r \geq r_a$$

3. Considere duas superfícies cilíndricas coaxiais (eixo comum coincidente com Oz), de comprimento ilimitado e raios a e $b > a$, no vácuo. Distribuiu-se uniformemente carga elétrica no espaço compreendido entre as superfícies cilíndricas, sendo ρ a densidade volúmica de carga elétrica.
(a) Determine o campo elétrico e o potencial elétrico criados pela distribuição de carga ρ, admitindo que a superfície interna é mantida ao potencial nulo.
(b) Admita agora que a superfície externa (raio b) é também carregada uniformemente, de modo que a carga total do sistema é nula. O que mudaria na sua resposta à alínea anterior?

4. Considere, no vácuo, um volume limitado por uma superfície esférica de raio a. Nele foram criadas duas cavidades esféricas, de raios $a/2$, com centros num diâmetro, como ilustra a figura. No volume sombreado existe uma distribuição uniforme de carga elétrica de densidade ρ. Calcule o campo elétrico nos pontos A, B, C, D assinalados na figura.



5. O átomo de hidrogénio pode ser representado, num certo modelo, como uma carga pontual de valor $+e$, rodeada por uma carga distribuída com simetria esférica, de valor total $-e$, e cuja

densidade volúmica apresenta dependência radial: $\rho(r) = -\rho_0 e^{-2r/a_0}$, sendo ρ_0 uma constante, e $a_0 = 52.9 pm$ (raio de Bohr). Calcule:

(a) A constante ρ_0.

(b) O valor da carga elétrica no interior da esfera de raio a_0.

(c) O valor do campo elétrico à distância a_0 do centro do átomo.

6. Uma distribuição de cargas com simetria esférica cria, no vácuo, um potencial do tipo Yukawa:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-r/a}$$

(a) Calcule o campo elétrico correspondente, $\vec{E}(r)$.

(b) Determine o fluxo de $\vec{E}(r)$ através de uma superfície esférica de raio R. Discuta os limites $R \to 0$ e $R \to \infty$.

7. Duas superfícies condutoras esféricas concêntricas, de raios a e $b > a$, no vácuo, têm cargas uniformemente distribuídas com valores totais $2q$ e q, respetivamente.

(a) Calcule a diferença de potencial entre as duas superfícies esféricas.

(b) Determine a energia eletrostática deste sistema de cargas.

(c) Admita, agora, que as superfícies são interligadas eletricamente. Calcule o potencial da superfície esférica interna. Mostre que a energia eletrostática do novo sistema de cargas diminuiu relativamente à calculada em (b), e explique o que aconteceu.

8. Uma carga elétrica pontual Q situa-se no centro de uma casca esférica condutora isolada, limitada por superfícies esféricas de raios a e $b > a$.

(a) Calcule as densidades de carga nas superfícies interna e externa da casca esférica.

(b) Determine o potencial do condutor.

(c) Suponha, agora, que o condutor não está isolado, mas antes ao potencial Φ_0. Repita as análises das alíneas anteriores.

9. Calcule a energia eletrostática de uma carga elétrica Q, uniformemente distribuída num volume esférico de raio R.

10. Em Física Clássica, define-se o "raio do eletrão" r_c como o raio de uma esfera, com carga $-e$ uniformemente distribuída na sua superfície, tal que a energia eletrostática correspondente é metade da energia em repouso do eletrão, $1/2\, m_e c^2$. Mostre que $r_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e c^2}$, e verifique que $r_c = 2.817 fm$.