Base de problemas do Teste #1 de Eletromagnetismo F102

2012-2013

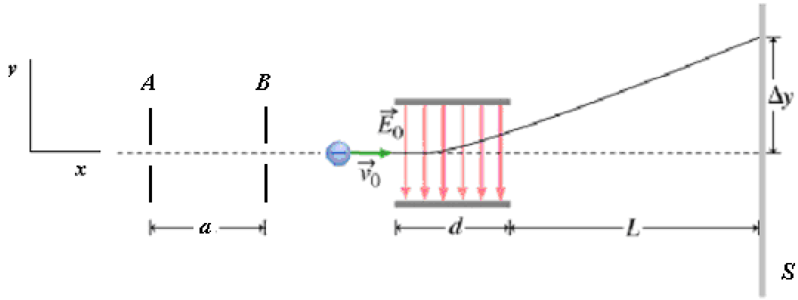
---

1. Quatro cargas pontuais Q foram colocadas nos vértices de um losango (diagonais $2a, 2b$), no vácuo.
(a) Determine o campo elétrico no centro do losango, com as quatro cargas Q nos vértices, e após retirar uma dessas cargas.
(b) Determine o potencial elétrico no centro do losango, com as quatro cargas Q nos vértices, e após retirar uma dessas cargas.
(c) Determine a energia elétrica do sistema de quatro cargas pontuais Q situadas nos vértices do losango.

2. Duas cargas pontuais iguais $Q > 0$ foram colocadas, no vácuo, nos pontos $(0, a)$ e $(0, -a)$ do plano Oxy $(a > 0)$.
(a) Determine o campo elétrico $\vec{E}(x, 0)$ criado por estas cargas num ponto genérico do eixo x. Sendo $x \gg a$, determine uma expressão aproximada para o campo elétrico, e comente o resultado.
(b) Uma partícula (carga $q < 0$, massa m) foi colocada na origem $(0, 0)$, no instante $t = 0$, e libertada com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_0\hat{x}, v_0 > 0$, efetuando um movimento oscilatório de pequena amplitude em torno da origem. Determine as expressões da aceleração, da velocidade e da posição da partícula em função do tempo $t \geq 0$, em função dos parâmetros indicados.
(c) Determine a energia do oscilador.

3. Um "dipolo elétrico" rígido, constituído por duas pequenas esferas carregadas eletricamente com cargas simétricas (massas m, cargas $\pm q$) distanciadas de d, situa-se no plano Oxy, no vácuo, e está centrado na origem. O dipolo é atuado por um campo elétrico uniforme $\vec{E} = E_0\hat{x}$.
(a) Sendo θ o ângulo entre o vetor dipolar $\vec{d}$ e o campo elétrico $\vec{E}$, escreva a expressão que indica o momento de força $\vec{\tau}$ do campo sobre o dipolo. Mostre que existem duas posições de equilíbrio do dipolo no campo. Indique, justificando, a qual das posições corresponde energia potencial elétrica mínima, indicando o seu valor.
(b) Se o "dipolo" for rodado, em torno do seu centro, de um pequeno ângulo θ em relação à posição de equilíbrio estável, determine a força e o momento de força do campo $\vec{E}$ sobre o "dipolo". Mostre que se o "dipolo elétrico" for libertado com velocidade angular nula dessa orientação inicial no instante $t = 0$, executa um movimento oscilatório harmónico simples. Determine a lei do movimento $\theta(t \geq 0)$ e exprima a frequência de oscilação nos parâmetros indicados.
(c) Determine a energia cinética do dipolo nos instantes em que cruza a orientação de equilíbrio estável.

4. A figura seguinte é um esquema simplificado do sistema físico discutido no problema.



(a) Eletrões (massa m_e, carga $-e$) são ejetados de um cátodo, por efeito termiónico, com velocidade inicial $\vec{v}_0 = (v_0, 0{,}0)$, no vácuo. Se, na região de aceleração (de extensão a, entre os elétrodos A, B) existir um campo elétrico uniforme $\vec{E}_a = (E_a < 0{,}0{,}0)$, determine a energia cinética dos eletrões ao emergir dessa região. Determine o tempo de trânsito dos eletrões $t_a$nessa região de aceleração, e a diferença de potencial entre os elétrodos A, B.

(b) Após a região de aceleração, segue-se uma zona sem campos aplicados, e o eletrão é seguidamente injetado numa região de deflexão, de extensão d, onde existe um campo elétrico uniforme $\vec{E}_0 = (0, -E_0, 0)$. Determine o desvio transversal y_d introduzido na trajetória dos eletrões, relativamente à situação em que $\vec{E}_0 = (0{,}0{,}0)$. Determine o tempo de trânsito t_d e a velocidade $\vec{v}_d$ à saída desta região de deflexão.

(c) Após a região de deflexão existe uma região sem campos aplicados, de extensão L. Indique o tipo de trajetória dos eletrões nesta região, a posição de impacto Δy dos eletrões no ecrã S, e a sua energia cinética.

5. Considere um sistema de três cargas elétricas pontuais q_i $(i = 1{,}2{,}3)$ localizadas no plano Oxy, no vácuo:

$$q_1 = Q \text{ em } (0, -a);\ \ q_2 = 2Q \text{ em } (0, +a);\ q_3 = -Q \text{ em } (b, 0);\ Q > 0;\ a, b > 0$$

(a) Determine, usando aproximações convenientes, o campo elétrico $\vec{E}(0, y)$ e o potencial elétrico $\phi(0, y)$, sendo $|y| \gg a, b$.
(b) Mantendo q_1 e q_3 nas suas posições, determine o trabalho realizado por um agente exterior para deslocar q_2 da sua posição inicial $(0, +a)$ para a origem $(0{,}0)$ do referencial.
(c) Determine a energia potencial elétrica do sistema de cargas na configuração final referida na alínea anterior.

6. Um feixe de partículas alfa ($núcleos\ de\ {}^4_2He$), de energia cinética inicial E_{K0}, colide, no vácuo, com núcleos de átomos de ouro $({}^{197}_{79}Au)$. [massa do protão em repouso: m_p; massa do neutrão em repouso: m_n; carga do protão: e; não considere a correção relativista de massa].
(a) Determine a mínima distância de aproximação entre uma partícula alfa e um núcleo de ouro, admitindo que a essa mínima distância a energia potencial da partícula alfa é igual à energia cinética inicial E_{K0}. Indique eventuais aproximações usadas.
(b) Após a colisão, determine a distância entre a partícula alfa e o núcleo de ouro em que a velocidade da partícula alfa é um terço da velocidade inicial (correspondente à energia cinética E_{K0}).
(c) Determine a aceleração da partícula alfa, após a colisão, em função da distância ao núcleo de ouro. Escreva a equação diferencial que descreve o movimento.

7. Considere duas distribuições planas uniformes de carga elétrica, paralelas ao plano Oxy e situadas em $z = \pm a$, no vácuo, sendo as densidades de carga $\pm\sigma_S$, respetivamente ($\sigma_S > 0$).
(a) Considerando apenas as cargas no plano situado em $z = +a$, justifique que o respetivo campo elétrico apresenta apenas componente normal ao plano. Recorrendo à lei de Gauss, determine a expressão do campo elétrico $\vec{E}_{+a}$.
(b) Determine o campo eletrostático criado pelas duas distribuições de carga. Determine a diferença de potencial entre os dois planos carregados eletricamente.
(c) Determine a energia despendida (por unidade de área dos planos), para colocar os planos carregados em $z = \pm 2a$, mantendo as respetivas densidades superficiais de carga.

8. O modelo atómico de Rutherford admite que a carga dos eletrões do átomo está distribuída uniformemente numa esfera de raio R, centrada no núcleo (suposto pontual e com carga elétrica $+Ze$, sendo Z o número atómico do átomo).
(a) Determine a densidade volúmica de carga eletrónica, e a carga total em função da distância radial ao núcleo.
(b) Determine o campo elétrico $\vec{E}(\vec{r})$ em todo o espaço.
(c) Determine o potencial elétrico criado pela distribuição de carga elétrica.

9. Duas superfícies condutoras esféricas concêntricas, de raios a e $b > a$, estão uniformemente carregadas com cargas $2Q$ (a) e Q (b), sendo $Q < 0$, no vácuo.
(a) Determine o campo elétrico $\vec{E}(\vec{r})$ correspondente à distribuição de cargas elétricas. Verifique a existência de descontinuidades do campo elétrico nas superfícies esféricas carregadas, e relacione-as com os valores das respetivas densidades superficiais de carga.
(b) Determine a diferença de potencial elétrico $V(b) - V(a)$ entre as duas superfícies.
(c) Determine a energia eletrostática deste sistema de cargas elétricas.

10. Uma coroa circular (raio interno a, raio externo b) está situada, no vácuo, no plano Oxy e centrada na origem. Suponha que a coroa circular está carregada uniformemente, com carga total Q_S.
(a) Determine a densidade superficial de carga σ_S, e o potencial elétrico $V(0,0,z)$ ao longo do eixo z.
(b) Determine o campo elétrico $\vec{E}(0,0,z)$ no eixo z, a partir da distribuição de cargas.
(c) Determine o campo elétrico $\vec{E}(0,0,z)$ em pontos do eixo z próximos da origem ($|z| \ll a, b$), recorrendo ao resultado de (a). Compare com o resultado obtido em (b).

11. Considere duas superfícies condutoras cilíndricas coaxiais, com raios a, b $(a < b)$, no vácuo. Nessas superfícies estão distribuídas, uniformemente, cargas elétricas. As cargas por unidade de comprimento axial são $+\sigma_L(b)$ e $-\sigma_L(a)$.
(a) Determine o campo elétrico correspondente à distribuição de cargas.
(b) Determine a diferença de potencial entre as duas superfícies.
(c) Exprime a energia elétrica armazenada no sistema de cargas por unidade de comprimento axial.

12. Uma "casca esférica" condutora isolada e sem carga, limitada por superfícies esféricas de raios a e $b > a$, situa-se no vácuo. Uma carga elétrica pontual Q está colocada no centro.

(a) Determine o campo elétrico resultante $\vec{E}(\vec{r})$.
(b) Determine o potencial elétrico do condutor isolado.
(c) Se o condutor for carregado com uma carga q, determine o campo elétrico e o potencial no condutor.

13. Uma carga elétrica Q foi distribuída de dois modos diversos, ambos com simetria esférica, no vácuo.
(a) Determine a correspondente energia eletrostática se a carga for distribuída num condutor esférico de raio a. Se o condutor se situar no ar, sendo E_{max} o campo de ionização, determine o valor máximo da carga que garante não haver descarga elétrica do condutor.
(b) Determine a correspondente energia eletrostática se a carga for distribuída uniformemente num volume esférico de raio a.
(c) Nas situações (a) e (b), determine o potencial elétrico resultante.