

# Determinação do coeficiente eletro-ótico $r_{33}$ do Niobato de Lítio - Relatório

Hugo Azevedo Veloso

November 27, 2017

Nesta atividade aborda-se as influências que um campo elétrico exerce num material transparente anisotrópico, o chamado efeito eletro-ótico. Destas influências falar-se-á do efeito Pockels e do efeito Kerr. Como referido no título, o objetivo principal é a determinação do coeficiente de Pockels  $r_{33}$  do Niobato de Lítio por meio de interferometria, utilizando um interferómetro de Mach-Zehnder.

## 1 Introdução

### 1.1 Efeito eletro-ótico

Trata-se do fenómeno onde um campo elétrico aplicado a um material transparente altera o seu índice de refração. Isto deve-se à resultante de forças distorcer as posições, orientações e/ou forma das moléculas do material[1]. Este efeito pode assumir duas formas, dependendo da relação da alteração do índice com a intensidade do campo elétrico aplicado:

- Se o índice de refração apresentar uma relação linear em relação à intensidade do campo, trata-se do *Efeito Pockels* (efeito eletro-ótico linear);
- Caso o índice de refração seja proporcional ao quadrado da intensidade do campo elétrico, corresponde então ao *Efeito Kerr* (efeito eletro-ótico quadrático).

De uma forma geral o índice de refração pode ser expandido para uma série de Taylor da forma:

$$n(E) = n + a_1 E + \frac{1}{2} a_2 E^2 + \dots, \quad (1)$$

onde  $n = n(0)$ ,  $a_1 = \frac{dn}{dE}|_{E=0}$  e  $a_2 = \frac{d^2n}{dE^2}|_{E=0}$ . O termo  $a_1$  e  $a_2$ , por convenção, relaciona-se com dois novos termos, nomeadamente  $r$  e  $s$ :

$$r = -\frac{2a_1}{n^3}, \quad s = \frac{-a_2}{n^3}$$

O efeito Pockels e o Kerr apresentam, assim, a equação do índice de refração na forma:

$$n_P(E) = n - \frac{1}{2} r \cdot n^3 E \quad (2)$$

$$n_K(E) = n - \frac{1}{2} s \cdot n^3 E^2 \quad (3)$$

respetivamente.

Olhando agora para a propagação de uma onda eletromagnética num cristal anisotrópico, este pode ser descrito por meio do tensor de impermeabilidade,  $\eta_{ij} = \epsilon_0 (\epsilon^{-1})_{ij}$ [4]. Usando a elipsoide dos índices,  $\eta_{\alpha\beta} \xi_\alpha \xi_\beta = 1$ , consegue-se determinar as direções próprias de polarização e os índices de refração correspondentes a cada direção dos modos normais. Esta elipsoide, em coordenadas cartesianas, está na forma

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (4)$$

em que  $\frac{1}{n_x^2}$ ,  $\frac{1}{n_y^2}$ ,  $\frac{1}{n_z^2}$  são os valores próprios do tensor  $\eta_{ij}$ .

Aplicando um campo elétrico no cristal leva a uma redistribuição de cargas, resultando numa variação do tensor. Definimos então os coeficientes eletro-óticos como:

$$\eta_{ij}(\vec{E}) - \eta_{ij}(0) = \Delta\eta_{ij} = r_{ijk} E_k + s_{ijk} E_k E_l \quad (5)$$

onde  $\vec{E}$  é o campo elétrico aplicado.  $r_{ijk}$  e  $s_{ijk}$  são os coeficientes de Pockels (efeito eletro-ótico linear) e de Kerr (efeito eletro-ótico quadrático), respectivamente.

A elipsoide dos índices pode ser reformulada para a forma

$$\eta_{ij}(\vec{E}) x_i x_j = 1 \quad (6)$$

sendo que, para campo nulo, a elipsoide reduz-se para (4).

Podemos escrever o tensor eletro-ótico na forma de uma matriz  $6 \times 3$ , esta não gozando das propriedades de transformação e multiplicação habituais.

Para a presença de campos elétricos, podemos escrever a elipsoide dos índices na forma [2]:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{n_x^2} + r_{1k} E_k \right) x^2 + \left( \frac{1}{n_y^2} + r_{2k} E_k \right) y^2 + \\ & \left( \frac{1}{n_z^2} + r_{3k} E_k \right) z^2 + 2yzr_{4k} E_k + \\ & 2zxr_{5k} E_k + 2xyr_{6k} E_k = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

com  $k=(1,2,3)$ .

## 1.2 Niobato de Lítio

Caracterizado pela fórmula química  $LiNbO_3$ , o niobato de lítio é um material com sistema cristalino trigonal 3m, fortemente assimétrico e anisotrópico, uma vez que o seu índice de refração varia com a intensidade de um campo elétrico que lhe seja aplicado (efeito eletro-ótico).

$r_{13}$	$r_{22}$	$r_{33}$	$r_{51}$	Unidades
8,6	3,4	30,8	28	$10^{-12} m/V$

Table 1: Valores dos coeficientes eletro-óticos do niobato de lítio

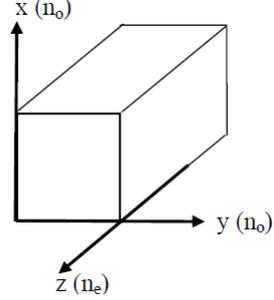


Figure 1: Representação do índice de refração ordinário e extraordinário segundo os eixos do cristal.  $z$  é o eixo ótico,  $n_o$  e  $n_e$  são os índices de refração ordinários e extraordinário, respectivamente.

O  $LiNbO_3$  é birrefringente por natureza, com valores do índice de refração ordinário e extraordinário igual a  $n_o = 2.286$  e  $n_e = 2.200$ , respectivamente, para comprimento de onda  $\lambda = 633nm$ .

Com o objetivo de determinar o coeficiente  $r_{33}$  do efeito eletro-ótico linear, considera-se o elipsoide dos índices do  $LiNbO_3$ , onde o tensor  $r_{ik}$  tem a forma

$$\begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Os valores dos coeficientes eletro-óticos lineares estão tabelados, para  $\lambda = 633nm$ , como sendo

## 1.3 Interferômetro de Mach-Zehnder

Para esta atividade foi utilizado a configuração do interferômetro de Mach-Zehnder, um interferômetro de divisão de amplitude constituído por

dois *beam – splitters* e dois espelhos totalmente refletivos. O feixe laser, ao incidir no primeiro *beam – splitter* com o plano a  $45^\circ$ , divide-se em dois feixes de igual intensidade que percorrem percursos distintos com igual distância física. Contudo, num dos percursos, uma amostra transparente é colocada de modo a que o feixe se propagasse através dele, criando uma diferença de percurso ótico entre o feixe de referência e o feixe-teste. Ambos os feixes vão interferir-se um com o outro ao sobreporem-se no segundo *beam – splitter*.

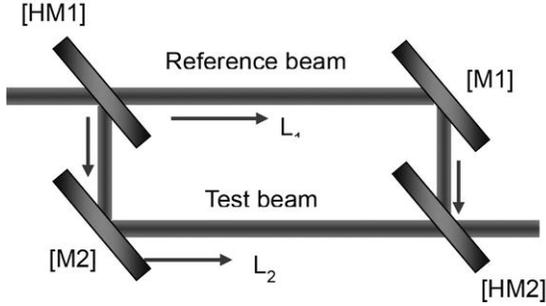


Figure 2: Esquema simples de um interferómetro de Mach-Zehnder

#### 1.4 Cálculos Provisórios

Nesta atividade a montagem foi feita de forma a que a direção do campo elétrico no  $LiNbO_3$  fosse paralela ao eixo ótico ( $\vec{E} = (0, 0, E)$ ). Com este caso a elipse reduz-se para a forma

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{23}E\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E\right)z^2 = 1 \quad (8)$$

Os comprimentos dos semi-eixos têm o valor[4]

$$n_x = n_o - \frac{1}{2}n_o^3r_{13}E \quad (9)$$

$$n_y = n_o - \frac{1}{2}n_o^3r_{13}E \quad (10)$$

$$n_z = n_e - \frac{1}{2}n_o^3r_{33}E \quad (11)$$

A birrefringência observada no  $LiNbO_3$  quando é aplicado um campo de amplitude  $E$  é determinada por

$$n_z - n_y = (n_e - n_o) - \frac{1}{2}(n_e^3r_{33} - n_o^3r_{13})E \quad (12)$$

Através da informação da referência [2], a diferença de fase introduzida no feixe laser, com comprimento de onda  $\lambda$ , quando se propaga no  $LiNbO_3$  de comprimento  $L$  e a diferença de fase adicional devida ao campo elétrico são dados por, respetivamente:

$$\phi = \frac{2\pi Ln_z}{\lambda} \quad (13)$$

$$\Delta\phi(E) = \frac{\pi Ln_e^3r_{33}E}{\lambda} \quad (14)$$

Para que o feixe sofra uma diferença de fase  $\pi$  ao atravessar o cristal, a diferença de potencial necessária aplicada no cristal será de

$$V_\pi = \frac{\lambda e}{Ln_e^3r_{33}} \quad (15)$$

sendo  $e$  a distância entre os elétrodos, que é aproximadamente igual ao valor da espessura do  $LiNbO_3$ , uma vez que os elétrodos estão em contacto direto com as superfícies superior e inferior. Podemos assim determinar  $r_{33}$  a partir de  $V_\pi$ .

## 2 Procedimento Experimental

### 2.1 Realização

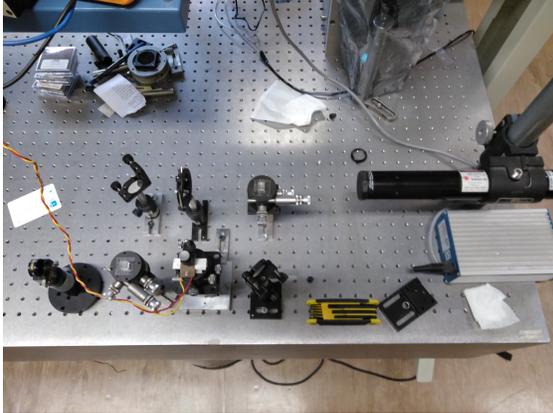


Figure 3: Interferômetro de Mach-Zehnder utilizado para estudar o efeito eletro-ótico.

Nesta atividade foi utilizada uma fonte laser de comprimento de onda  $\lambda = 633nm$ .

Como amostra para o feixe-teste usou-se uma amostra de Niobato de Lítio ( $LiNbO_3$ ), de espessura  $e = 0,1 cm$ , comprimento  $L = 4,6 cm$  e largura  $l = 1cm$ . Esta amostra foi colocada no percurso do feixe-teste de modo a que este o percorra. Como a amostra apresenta um índice de refração superior ao do ar envolvente, a propagação do feixe laser será mais lenta, criando assim uma diferença de percurso ótico em relação ao feixe laser de referência. Com esta diferença de percurso ótico, caso o interferômetro esteja bem alinhado, um padrão de interferência pode ser visto.

Usando um fotodetector colocado de forma a que uma franja incidisse no sensor, foi-se alterando o valor de tensão aplicada à célula de Kerr e registou-se, usando um osciloscópio, o valor de tensão correspondente à intensidade de luz que incidia no sensor. De notar que a variação da tensão na amostra faz deslocar as franjas numa direção.

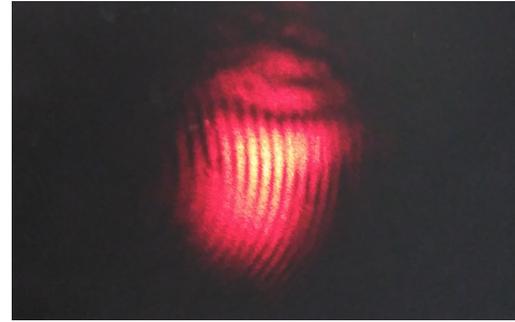


Figure 4: Padrão de interferência obtido.

## 3 Resultados e análise

De seguida estão representados os valores de tensão detetados para o caso de a polarização do laser estar paralela e perpendicular ao eixo ótico:

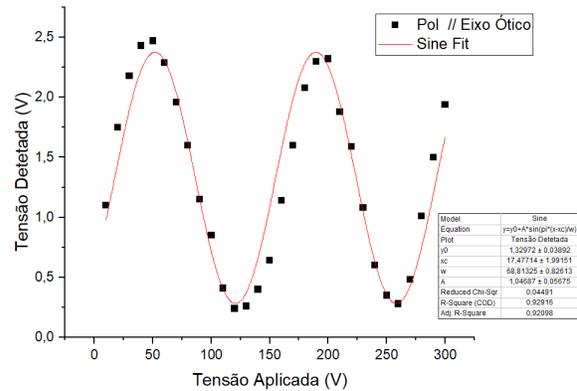


Figure 5: Valores de tensão detetados, em função da tensão aplicada na amostra, para o caso da polarização do laser ser paralela ao eixo ótico. A vermelha apresenta-se a regressão sinusoidal que mais se aproxima aos dados obtidos, na forma  $y = y_0 + A \sin(\frac{\pi}{w}(x - x_c))$ . os parâmetros apresentam-se na tabela à direita.

Para determinar o coeficiente  $r_{33}$  têm-se em conta os valores experimentais obtidos com a polarização

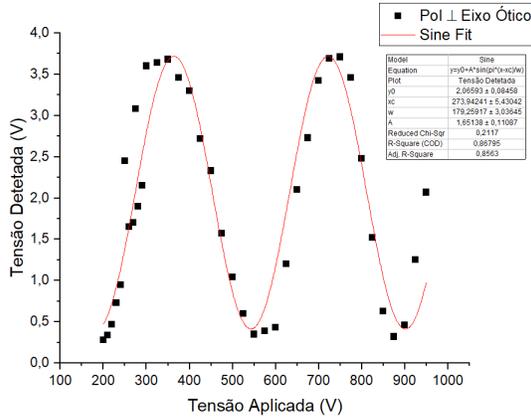


Figure 6: Valores de tensão detetados, em função da tensão aplicada na amostra, para o caso da polarização do laser ser perpendicular ao eixo ótico. Da mesma forma que anteriormente, fez-se uma regressão sinusoidal usando a função seno.

do laser perpendicular ao eixo ótico e utiliza-se a expressão(15).

Pondo a expressão (15) de modo a isolar  $r_{33}$  num dos termos, temos uma função em ordem a  $V_{\pi}$  na seguinte forma

$$r_{33} = \frac{\lambda d}{Ln_e^2 V_{\pi}} \quad (16)$$

$V_{\pi}$  corresponde à tensão aplicada no  $LiNbO_3$  onde a onda sofre uma diferença de fase  $\pi$ , que corresponde aos mínimos de tensão detetados. Utilizando a regressão sinusoidal, com expressão  $V_{det} = 2,06593 + 1,65138 \sin(\frac{\pi}{179,25917}(V_{apl} - 273,94241))$ , chegamos à conclusão que o primeiro mínimo ocorre para  $V_{\pi} \simeq 184,313V$ . O coeficiente  $r_{33}$  obtido usando este valor de  $V_{\pi}$  fica por

$$r_{33_{obtido}} \simeq 7,0117 \times 10^{-12} m/V$$

## 4 Conclusão

Um efeito eletro-ótico é observado nesta atividade com base na interferência obtida pelo feixe laser

a propagar-se num meio de  $LiNbO_3$  e utilizando um interferómetro de Mach-Zehnder. Uma vez que a relação entre a tensão aplicada e a detetada é periódica e aproxima-se a uma função seno com amplitude aproximadamente constante, isto indica que a variação da birrefringência do  $LiNbO_3$ , ao aplicar a tensão, faz com que as franjas se desloquem, tal como foi observado durante a execução experimental.

Contudo, o valor do coeficiente  $r_{33}$ , obtido a partir dos dados que se adquiriu, apresenta uma discrepância significativa em relação ao valor esperado ( $r_{33_{esperado}} = 30,8 pm/V$ ). Isto corresponde a um erro relativo de  $|r_{33_{esperado}} - r_{33_{obtido}}| / r_{33_{esperado}} \simeq 0,7723 = 77,23\%$ .

Este erro deve-se a vários fatores, sendo a calibração do interferómetro de Mach-Zehnder a mais provável de ter contribuído para esse erro, uma vez que a sua calibração é de difícil obtenção.

## 5 Bibliografia

- [1] Fundamentals of Photonics, Second Edition, B.E.A. Saleh, M.C. Teich, 2007
- [2] Determinação dos coeficientes eletroóticos do niobato de lítio, José Manuel Marques Martins de Almeida. 1991
- [3] Apontamentos de Materiais e Dispositivos Óticos - Capítulo 7: Efeito eletroótico.
- [4] Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation, Amnon Yariv, Pochi Yeh, 1984
- [5] Estudos de alguns efeitos óticos, 2002